

УДК 004.925.8

ДЕЯКІ ПРИЙОМИ ТА АЛГОРИТМИ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНОГО СИНТЕЗУ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Вірченко Г.А., к.т.н.

Національний технічний університет України «КПІ»

Тел. (044) 406-82-43

Анотація – у статті запропоновано нову методику з кількох універсальних структурно-параметричних алгоритмів для синтезу різноманітних геометричних об'єктів.

Ключові слова – алгоритм, аналіз, геометричний об'єкт, комп'ютерні інформаційні технології, синтез, структурно-параметричне геометричне моделювання.

Постановка проблеми. Нині комп'ютерна графіка є однією з фундаментальних основ автоматизованого проектування об'єктів і процесів машинобудування [1].

Тому зараз досить актуальні задачі всебічного поліпшення відповідних програмно-технічних засобів.

Аналіз досліджень і публікацій. Параметричний опис кривих і поверхонь, див. [2, 3] тощо, є ключовим математичним забезпеченням сучасного геометричного моделювання.

Проте в наведених та інших наявних літературних джерелах приділяється недостатньо уваги структурним аспектам формоутворення.

Певною мірою зазначені прогалини компенсуються роботами вчених Національного технічного університету України «КПІ», зокрема, [4].

Формулювання цілей статті. У публікаціях [5-7] доволі докладно розглянуто питання *аналізу* (поділу параметричних геометричних фігур на більш прості компоненти) з метою ефективного вирішення позиційних задач перетину різноманітних об'єктів.

Однак у цих працях вельми обмежено викладено прийоми подальшого структурного *синтезу* (возз'єднання цілого з окремих частин) для отримання інтегрального результату з елементарних розв'язків.

Головною метою дійсних наукових розвідок є подання відповідної методики та алгоритмів.

Основна частина. Базовими примітивами формоутворення в системах автоматизованого проектування виступають *точки, лінії, поверхні та тіла*.

З них у подальшому утворюються більш складні компоненти у вигляді, наприклад, деталей і вузлів машинобудування тощо.

Структурно-параметричний підхід [4] дозволяє використовувати єдину методологію для опрацювання всіх цих видів геометричних об'єктів, розглядаючи точки, лінії, поверхні й тіла відповідно як нуль-, одно-, дво- та тривимірні фігури в певному просторі.

Спочатку зробимо короткий огляд кількох аспектів можливої взаємодії приведених вище груп примітивів, які визначатимемо в параметричній формі.

Цікавими з точки зору практики є всілякі поєднання точок, ліній, поверхонь і тіл поміж собою.

У найпростішому випадку точки просто обмежують лінії. Такими прикладами слугують: для прямої – промінь та відрізок, для кола – його дуга й т. д.

В автоматизованому проектуванні технічної продукції, як правило, застосовуються скінченні геометричні фігури. Тому будемо досліджувати саме їх.

Частина деякої лінії в літературі називається сегментом, дугою, відсіком тощо. Одним із завдань структурно-параметричного підходу є поєднання каркасного, поверхневого та твердотільного геометричного моделювання. Тому для термінів-синонімів у якості основного використовуватимемо загальноприйняті для тривимірного простору, в даному випадку *ребро* (в топологічному його значенні), не виключаючи й інші, чим запобігатимемо невиправданій тавтології.

Окремі ребра можуть пов'язуватися у своїх кінцевих точках (*вершинах*) поміж собою, утворюючи складені лінії (*обводи, контури, профілі* й т. п.), найбільш загальний вид котрих містить компоненти різної природи, в місцях з'єднання яких (*вузлах*) дотримуються певні задані умови.

Зазначимо, що надалі аналізуються лише лінії й поверхні без самоперетинів.

Якщо у складеній кривій кінці збігаються, то називатимемо її замкненою й у цьому випадку в якості основних уживатимемо терміни *контур* та *цикл*.

Перейдемо тепер, на прикладі останніх, до взаємодії ліній та поверхонь.

Деякий контур c_i подаватимемо упорядкованою множиною типу

$$c_i = (c_{ij})_I^{Nc_i}. \quad (1)$$

Кожне ребро c_{ij} в (1) визначатимемо координатами радіус-вектора

$$c_{ij} = r_{ij}(u_{ij}), \quad (2)$$

де $u_{ij} \in [0, 1]$ – параметр.

Стосовно (2) зауважимо, що довільна залежність $r(t)$, де $t \in [t_{min}, t_{max}]$, обертається в $r(t(u))$, де $u \in [0, 1]$, завдяки $t(u) = t_{min}(1-u) + u t_{max}$.

За початкове та кінцеве значення параметра u_i складеної кривої c_i прийемо відповідно

$$u_{i_{min}} = 0 \text{ та } u_{i_{max}} = Nc_i.$$

Тоді для обчислення радіус-вектора $r_i(u_i)$ цього контуру потрібні у (2) номер сегмента j та величина u_{ij} розраховуються згідно наявного $u_i \in [0, Nc_i]$ за трьома варіантами: $u_i=0 - j=1, u_{ij}=0$; $u_i \in N - j=N, u_{ij}=1$; $u_i \notin N - j=[u_i]+1, u_{ij}=u_i-j+1$.

Розглянемо структурний об'єкт, що містить два параметричних компоненти:

- поверхню

$$s_k = r_k(u_k, v_k), u_k \in [0, 1], v_k \in [0, 1]; \quad (3)$$

- криволінійний, у загальному випадку, контур c_i виду (1), який належить (3).

Елементи c_{ij} останнього обумовлюються формулами

$$c_{ij} = r_{ij}(u_{ij}) = r_k(u_k(u_{ij}), v_k(u_{ij})), \quad (4)$$

де $u_{ij} \in [0, 1]$, а весь обвід – виразом

$$c_i = r_i(u_i) = r_k(u_k(u_i), v_k(u_i)), \quad (5)$$

де $u_i \in [0, Nc_i]$, Nc_i – кількість сегментів у c_i .

Отже, на відміну від поверхні (3), що лімітується топологічним прямокутником у вигляді ізоліній $r_k(u_k, 0)$, $r_k(1, v_k)$, $r_k(u_k, 1)$, $r_k(0, v_k)$, залежності (3)...(5) дають змогу отримувати значно різноманітніші геометричні об'єкти, які називатимемо *гранями* (обмежені контурами поверхні), також надаючи їм топологічний зміст.

Через невеликий обсяг даної публікації далі аналізуватимемо лише однозв'язні грані, тобто взаємодію поверхні з єдиним її контуром, який визначає зовнішню границю досліджуваної фігури. Узагалі можливими є варіанти з кількома внутрішніми циклами, що формують багатозв'язні області.

Вище вже згадувалась процедура структурного синтезу обводів, яка полягає в дефініції упорядкованої множини ребер та є досить простою, оскільки вимагає тільки збігу певних вершин останніх. Проте це, зазвичай, не стосується параметричного аспекту, коли треба забезпечувати більший, ніж нульовий, порядок гладкості утворюваної лінії.

Об'єднання декількох граней в *оболонку* (такий термін уживатимемо в якості основного для складених поверхонь) доволі схоже на попередній алгоритм, що є додатковим підтвердженням системного характеру структурно-параметричної методології в геометричному моделюванні.

Викладемо докладніше потрібну для цього черговість дій на прикладі сформованих згідно (1) ... (5) двох граней g_{n1} і g_{n2}

$$\begin{aligned} g_{n1} = c_{i1} &= r_{k1}(u_{k1}(u_{i1}), v_{k1}(u_{i1})) = (c_{i1j1})_I^{Nc_{i1}}, \\ g_{n2} = c_{i2} &= r_{k2}(u_{k2}(u_{i2}), v_{k2}(u_{i2})) = (c_{i2j2})_I^{Nc_{i2}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Надалі вважатимемо, що об'єкти (6) входять до відповідної сукупності

$$G = (g_n)_I^{N_G}, \quad (7)$$

для утворення якої маємо у своєму розпорядженні наступні множини поверхонь та контурів

$$S = (s_k)_I^{N_S}, \quad C = (c_i)_I^{N_C}. \quad (8)$$

У даному разі гуртування фігур (6) виконується збігом уже не точок, а ребер.

Тому на початку належить у кортежах

$$c_{i1} = (c_{i1j1})_I^{Nc_{i1}} \quad \text{і} \quad c_{i2} = (c_{i2j2})_I^{Nc_{i2}} \quad (9)$$

знайти однакові (спільні) елементи.

Нехай це буде неперервна послідовність із m ребер (наявність кількох таких груп відповідає перетворенню синтезованої грані в багатозв'язну, тобто випадку, який у даній статті, як зазначалось, не розглядається).

Тоді, якщо:

- $m=0$ – досліджувані фігури не мають сукупної межі й тому не можуть бути об'єднані в новий об'єкт;

- $m=Nc_{i1}=Nc_{i2}$ – зовнішній контур синтезованої грані щезає й остання перетворюється в замкнену оболонку, що лімітує певну просторову область;

- $m>0$ та $m \leq \min(Nc_{i1}, Nc_{i2})$ – спільні елементи (9) формують внутрішню границю між вихідними фігурами, а решта – зовнішню для об'єданого об'єкта.

Для дефініції останньої застосовуватимемо наступне правило.

Оскільки визначення спільних ребер породжує в кожній грані по два відомі обводи (один із яких для результуючої фігури є зовнішнім, а другий – внутрішнім), то потрібно зробити обхід у будь-якому напрямі несуккупних сегментів першої або другої грані, а потім іншої, але з того краю, що збігається з одержаною кінцевою вершиною.

Розглянемо структури даних, які задовольняють поданому алгоритму й узагальнюють синтез оболонки з довільного числа граней.

Для певної такої фігури

$$g_n = (g_{n_g})_1^{Ng_n}, \quad (10)$$

що є композицією з деяких Ng_n елементів (7), тобто $n_g \in (1, \dots, N_G)$ і $n_g \neq n$, на підставі (1) ... (9) маємо наступний кортеж упорядкованих множин

$$g_n = ((a_{ik_{jk}})_1^{Na_{ik}})_{k=1}^{Ng_n}, \quad (11)$$

елементи котрих подаються трійками

$$a_{ik_{jk}} = (c_{ik_{jk}}, g_l, c_{m_j}). \quad (12)$$

У (10) ... (12) для грані g_{n_g} :

- ребро $c_{ik_{jk}}$ є частиною зовнішнього її контуру $c_{ik} \in C$;
- g_l , де $l \in (1, \dots, N_G)$ і $l \neq n_g$, визначає іншу грань із ребром c_{m_j} якої, де $m \in (1, \dots, N_C)$ і $j \in (1, \dots, N_{C_m})$, збігається $c_{ik_{jk}}$.

Під час формування оболонок у виразах (12) можна застосувати для ідентифікації:

- ребер $c_{ik_{jk}}$ – ключі, що обумовлюються (1) та (8);
- граней g_l – порядкові номери з (7);
- ребер c_{m_j} – індекси j .

Подібно до викладеного способу синтезу оболонок із множини обмежених контурами поверхонь створюються з окремих топологічних багатогранників і необхідні тіла, але тепер поєднуються поміж собою вже не ребра, а грані.

Зазначений алгоритм є доволі схожим на докладно розглянутий вище. Основною його відмінністю є потреба визначення спільної області не у вигляді обводу, а сукупності поверхонь.

Таким чином, проаналізований у даній роботі структурно-параметричний підхід до синтезу різноманітних груп геометричних об'єктів (складених ліній, поверхонь і тіл) є доволі універсальним й актуальним для сучасної комп'ютерної інженерної графіки як науки та практики, наприклад, у галузі машинобудування тощо.

Подану методику може бути поширено й на простір та фігури з вимірністю більшою за три.

Висновки. На нинішньому етапі розвитку суспільства комп'ютерні інформаційні технології відіграють надзвичайно важливу роль у процесах прискорення розвитку багатьох технічних дисциплін узагалі та прикладної геометрії зокрема.

Запропонований у цій публікації напрямок досліджень у вигляді деяких прийомів та алгоритмів структурно-параметричного моделювання потребує свого подальшого наукового опрацювання.

Література

1. Ванін В.В. Геометричне моделювання – одна з основ автоматизованого проектування об'єктів і процесів машинобудування / Ванін В.В., Вірченко Г.А. // Праці Тавр. держ. агротех. університету. – Вип. 4, т. 43. – Мелітополь: ТДАТУ, 2009. – С. 3-10.
2. Фокс А. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве: Пер. с англ. / Фокс А., Пратт М. – М.: Мир, 1982. – 304 с.
3. Роджерс Д. Математические основы машинной графики: Пер. с англ. / Роджерс Д., Адамс Дж. – М.: Мир, 2001. – 604 с.
4. Ванін В.В. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання / Ванін В.В., Вірченко Г.А. // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Вип. 23. – Харків: ХДУХТ, 2009. – С. 42-48.
5. Вірченко Г.А. До питання обчислення перетинів довільних просторових параметричних кривих / Вірченко Г.А. // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Вип. 81. – К.: КНУБА, 2009. – С. 102-106.
6. Вірченко Г.А. Розрахунок перетинів довільних параметричних поверхонь / Вірченко Г.А. // Праці Тавр. держ. агротех. університету. – Вип. 4, т. 41. – Мелітополь: ТДАТУ, 2008. – С. 119-125.
7. Вірченко Г.А. Обчислювальний алгоритм розрахунку перетину багатогранників / Вірченко Г.А. // Праці Тавр. держ. агротех. університету. – Вип. 4, т. 44. – Мелітополь: ТДАТУ, 2009. – С. 112-115.

НЕКОТОРЫЕ ПРИЕМЫ И АЛГОРИТМЫ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Вирченко Г. А.

Аннотация

В статье предложена новая методика из нескольких универсальных структурно-параметрических алгоритмов для синтеза разнообразных геометрических объектов.

SOME METHODS AND ALGORITHMS OF STRUCTURAL-PARAMETRIC SYNTHESIS OF GEOMETRICAL OBJECTS

G. Virchenko

Summary

The new technique, which consists of several universal structural-parametric algorithms for synthesis of various geometrical objects, is offered in this paper.