

УДК 514:004.925.8

Г.А. Вірченко, канд.техн.наук

Національний технічний університет України “КПІ” (м. Київ, Україна)

ФОРМУВАННЯ ЛІНІЙ ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ ЯК СКЛАДОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОМБІНОВАНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ’ЄКТІВ

У статті, на прикладі параметричних поверхонь, запропоновано методику побудови їх ліній перетину, що придатні для застосування в якості структурно-параметричних елементів комбінованих геометричних фігур.

Постановка проблеми. Під час розробки складної технічної продукції за допомогою систем автоматизованого конструювання, зокрема в машинобудуванні, досить важливо забезпечити високу гнучкість програмних засобів щодо формоутворення опрацьовуваних моделей.

Такі заходи дозволяють суттєвим чином підвищувати не тільки продуктивність інженерної праці, а й якість отримуваних результатів.

Аналіз досліджень і публікацій. Перспективним напрямком вирішення даної проблеми є структурно-параметричне геометричне моделювання [1].

Більш докладно деякі аспекти цієї методології викладено у [2].

Окремі питання взаємодії геометричних фігур, стосовно визначення їх перетинів, розглянуто у [3-5].

Формулювання завдання. На прикладі параметричних поверхонь розробити методику побудови ліній перетину, що можуть широко використовуватися в якості складових елементів комбінованих геометричних об’єктів.

Основний матеріал дослідження. Як видно з [2], одним із шляхів утілення сформульованих в [1] базових принципів комплексного та системного підходу, варіантності, оптимальності, відкритості й розвитку є гнучке структурно-параметричне комбінування геометричних фігур.

У [3] запропоновано доведений до алгоритму метод розрахунків перетинів поверхонь з одержанням результату у вигляді ламаних ліній, що апроксимують, із наперед заданою точністю, дійсний розв’язок поставленої задачі.

Однак, застосування останніх як ребер *граней*, тобто обмежених певними границями скінченних поверхонь, або *тіл*, що подаються замкненими оболонками, які охоплюють деякий об'єм тривимірного простору, є проблематичним.

Це обумовлено тим, що зазначені ламані не лежать абсолютно точно на вихідних поверхнях.

Усунути даний недолік можна наступним чином.

Розглядатимемо поверхні, координати радіуса-вектора r яких у прямокутній декартовій системі Охуз визначаються аналітичними функціями параметрів u і v

$$\begin{aligned} r &= (x, y, z) = r(u, v) = x(u, v)i + y(u, v)j + z(u, v)k, \\ u &\in [u_{min}, u_{max}], \quad v \in [v_{min}, v_{max}]. \end{aligned} \quad (1)$$

Послідовність запропонованих дій полягає в наступному.

Для двох поверхонь виду (1) $r_1(u_1, v_1)$ та $r_2(u_2, v_2)$, що перетинаються, згідно наведеного у [3] алгоритму формуємо множини їх спільних точок

$$\begin{aligned} P_{1,2} &= (P_{1,2})_0^{Np_{1,2}} = (r_1(u_{1i}^*, v_{1i}^*))_0^{Np_{1,2}}, \\ P_{2,1} &= (P_{2,1})_0^{Np_{2,1}} = (r_2(u_{2i}^*, v_{2i}^*))_0^{Np_{2,1}}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $Np_{1,2} = Np_{2,1} = n$.

У (2) варіюванням параметрів досягаємо збігу, з потрібною точністю, відповідних радіусів-векторів кортежів $P_{1,2}$ і $P_{2,1}$.

Тоді вважаємо

$$P = (P)_0^n = (r_1(u_{1i}, v_{1i}))_0^n = (r_2(u_{2i}, v_{2i}))_0^n. \quad (3)$$

Далі обчислюємо лінії, що лежать на поверхнях $r_1(u_1, v_1)$ і $r_2(u_2, v_2)$ та проходять через точки (3).

Зробимо це на прикладі кубічних В-сплайнів [6], котрі подамо як

$$u_m(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,4}(t)U_{mi}, \quad (4)$$

де $m \in \{1; 2\}$; $n \geq 2$; вузловий вектор параметра t має вид ($t_0 = 0, t_1 = 1, t_2 = 2, \dots$); U_{mi} – деякі сталі,

$$N_{0,4}(t) = \begin{cases} t^3 / 6, & t \in [0;1]; \\ -t^3 / 2 + 2t^2 - 2t + 2/3, & t \in [1;2]; \\ t^3 / 2 - 4t^2 + 10t - 22/3, & t \in [2;3]; \\ (4-t)^3 / 6, & t \in [3;4]; \\ 0, & t \notin [0;4], \end{cases} \quad N_{i,4}(t) = N_{0,4}(t-i). \quad (5)$$

Аналіз виразу (5) показує, що $N_{0,4}(t)$ на початку й у кінці проміжку змінної дорівнює нулю, при $t=2$ досягає максимуму $2/3$, а інші функції $N_{i,4}(t)$ можна отримати перенесенням розглянутої уздовж осі параметра на i одиниць.

Розраховуємо невідомі $(U_{1i})_0^n$ та $(U_{2i})_0^n$, які забезпечують проходження двох сплайнів виду (4) відповідно через $(u_{1i})_0^n$ та $(u_{2i})_0^n$, за допомогою систем лінійних рівнянь із тридіагональними матрицями коефіцієнтів

$$\left\{ \begin{array}{l} 4U_{m_0} + U_{m_1} = 6u_{m_0}, \\ U_{m_0} + 4U_{m_1} + U_{m_2} = 6u_{m_1}, \\ U_{m_1} + 4U_{m_2} + U_{m_3} = 6u_{m_2}, \\ \dots \\ U_{m_{n-1}} + 4U_{m_n} = 6u_{m_n}. \end{array} \right. \quad (6)$$

де $m \in \{1;2\}$.

За аналогією з (4) ... (6) обчислюємо величини $(V_{mi})_0^n$ сплайнів

$$v_m(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,4}(t) V_{mi}, \quad (7)$$

що для $m \in \{1;2\}$ проходять відповідно через $(v_{1i})_0^n$ і $(v_{2i})_0^n$.

Сумісне застосування одержаних згідно (4) й (7) залежностей для $u_m(t)$ та $v_m(t)$ дозволяє визначити параметричні лінії $P_{1,2}(t)$ та $P_{2,1}(t)$, які відтворюють перетин $r_1(u_1, v_1)$ і $r_2(u_2, v_2)$ та повністю належать вихідним поверхням, тобто

$$\begin{aligned} P &= (r_1(u_{1i}, v_{1i}))_0^n \subset P_{1,2}(t) = r_1(u_1(t), v_1(t)) \in r_1(u_1, v_1), \\ P &= (r_2(u_{2i}, v_{2i}))_0^n \subset P_{2,1}(t) = r_2(u_2(t), v_2(t)) \in r_2(u_2, v_2). \end{aligned} \quad (8)$$

На підставі (8) можна провести додатковий більш прискіпливий контроль взаємних відхилень щільніших, ніж (3) точок, та, за потреби, виконати для них ітераційне повторення поданого алгоритму.

Таким чином, запропонована вище методика вирішує певні питання покращення структурно-параметричного моделювання складних варіантних комбінованих фігур.

Висновки. Розроблені прийоми формування ліній перетину поверхонь як структурно-параметричних елементів різноманітних геометричних об'єктів дозволяють забезпечити достатньо високу гнучкість геометричних моделей у системах автоматизованого конструювання, наприклад, машинобудівного профілю.

Подані в даній публікації математичні основи комп'ютерного моделювання потребують свого подальшого теоретичного та практичного наукового опрацювання.

Список літератури

1. Ванін В.В. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання / Ванін В.В., Вірченко Г.А. // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Вип. 23. – Харків: ХДУХТ, 2009. – С. 42-48.
2. Вірченко Г.А. Деякі прийоми та алгоритми структурно-параметричного синтезу геометричних об'єктів / Вірченко Г.А. // Праці Тавр. держ. агротех. університету. – Вип. 4, т. 48. – Мелітополь: ТДАТУ, 2010. – С. 63-68.
3. Вірченко Г.А. До питання обчислення перетинів довільних просторових параметричних кривих / Вірченко Г.А. // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Вип. 81. – К.: КНУБА, 2009. – С. 102-106.
4. Вірченко Г.А. Розрахунок перетинів довільних параметричних поверхонь / Вірченко Г.А. // Праці Тавр. держ. агротех. університету. – Вип. 4, т. 41. – Мелітополь: ТДАТУ, 2009. – С. 119-125.
5. Вірченко Г.А. Обчислювальний алгоритм розрахунку перетину багатогранників / Вірченко Г.А. // Праці Тавр. держ. агротех. університету – Вип. 4, т. 44. – Мелітополь: ТДАТУ, 2009. – С. 112-115.
6. Роджерс Д. Математические основы машинной графики: Пер. с англ. / Роджерс Д., Адамс Дж. – М.: Мир, 2001. – 604 с.

Отримано 09.09.2010, ХДУХТ, м. Харків

© Г.А. Вірченко, 2010.