

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
І КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ
з курсів
“НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ ” та “ІНЖЕНЕРНА
ГРАФІКА”

Затверджено на засіданні
кафедри нарисної геометрії,
інженерної та комп'ютерної
графіки
Протокол № 5 від 22.02.2005

Методичні вказівки і контрольні завдання з курсів “Нарисна геометрія” та “Інженерна графіка” для студентів заочної форми навчання теплоенергетичного факультета. /Укл. Білицька Н.В., Гетьман О.Г. – К.: НТУУ”КПІ”, 2005. – 48 с.

Відповідальний редактор: Допіра Г.Г.

Рецензент: Гнітецька Г.О.

Мета методичних вказівок — організувати роботу студентів, що навчаються на заочному відділенні теплоенергетичного факультету НТУУ “КПІ”, під час вивчення курсу нарисної геометрії та інженерної графіки. У методичних вказівках наведені рекомендації для виконання контрольної роботи, умови задач по варіантах, приклади їх розв’язання, зразки оформлення завдань та короткі теоретичні відомості.

Нарисна геометрія належить до дисциплін, що складають основу інженерної освіти. У цьому курсі вивчають методи зображень просторових форм на площині та способи графічного розв’язання позиційних та метричних задач за плоским зображенням об’єктів. Крім того, вивчення нарисної геометрії сприяє розвитку просторового уявлення, яке є необхідним для творчої діяльності будь-якого інженера. Тому засвоєння основ нарисної геометрії студентами має велике значення для їх наступної інженерної діяльності.

Вказівки складено з урахуванням методичних посібників кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки НТУУ “КПІ”: “Навчальні завдання з нарисної геометрії” /Уклад. О.М.Крот, Л.В.Петіна, М.С.Гумен; “Навчальні завдання з інженерної графіки” /Уклад. М.Д.Бевз, В.В.Ванін, Н.К.Віткуп; “Методичні вказівки і контрольні завдання з курсів “Нарисна геометрія” та “Інженерна графіка” /Уклад. Н.К.Віткуп, Н.А.Парахіна, Л.Д.Чорнощوکова, а також з урахуванням посібника з інженерної графіки “Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей высших учебных заведений” /Фролов С.А., Бубенников А.В., Левицкий В.С., Овчинникова И.С.

Методичні вказівки до вивчення курсу

Основою для засвоєння курсу нарисної геометрії та інженерної графіки є систематичне послідовне вивчення всіх розділів курсу та виконання контрольної роботи, яка проводиться у першому семестрі.

Контрольна робота з курсу містить шість завдань.

Графік виконання завдань контрольної роботи:

- завдання № 1, 2 – вересень;
- завдання № 3 – жовтень;
- завдання № 4, 5, 6 – листопад, грудень поточного року.

Кожне завдання виконується на аркушах креслярського паперу формату А3 (297x420) олівцем. Графічні умови та допоміжні побудови кресляться простим олівцем, а результат бажано виділити червоним. Зображення треба обводити суцільною товстою основною лінією (на контрольних завданнях завтовшки 0,8 – 1,0 мм), а лінії проекційного зв'язку та осі проекцій креслять тонкою суцільною лінією (у два-три рази тонше, ніж суцільна товста основна).

При кресленні умов задач, які задані тільки рисунком, рекомендується збільшити його розміри – це підвищить точність розв'язання задачі. Також припускаються незначні зміни у нахилах проекцій прямих (у межах до 5°, якщо це не порушує паралельність об'єктів) та взаємному розташуванню об'єктів, якщо це допомагає зробити креслення більш чітким, уникнути випадкових збігів проекцій точок та ліній.

Відомості про варіант завдання, прізвище та ініціали студента, факультет, курс, групу, шифр і номер спеціальності надаються у правому нижньому куті аркуша креслярським шрифтом (див. зразки виконання завдань).

Усі завдання необхідно зшити в альбом. Зразок титульного аркуша наведено на рис. 1, стор. 5.

У курсі прийнято такі позначення та умовності:

– точки позначають великими літерами латинського алфавіту A, B, C, \dots , а також цифрами $1, 2, 3, \dots$;

Кафедра нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки
НТУУ "КПІ"

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА

Контрольна робота

*Студент гр. ЗТП-41 Вербовець С.С.
Факультет ТЕ, 1 курс
Викладач: Гельман О.Г.*

Київ - 2005

— прями та криві лінії — малими літерами латинського алфавіту a, b, c, \dots ;

— площини — великими літерами грецького алфавіту $\Pi, \Delta, \Theta, \Sigma, \dots$;

— кути — малими літерами грецького алфавіту $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

Будемо позначати α° — кут нахилу прямої та площини до горизонтальної площини проєкцій Π_1 ; β° — кут нахилу прямої та площини до фронтальної площини проєкцій Π_2 ; γ° — кут нахилу прямої та площини до профільної площини проєкцій Π_3 . Інші кути позначають $\phi, \psi, \delta, \dots$

Проєкції точок, ліній та площин позначають такими ж літерами, як і самі об'єкти, але з індексами площини проєкцій, на якій побудоване зображення $A_1, B_1, C_1, \dots; A_2, B_2, C_2, \dots; A_3, B_3, C_3, \dots$

Для відображення співвідношення між геометричними об'єктами застосовуються такі символи:

\parallel — паралельність;	\in — належність точки до іншого об'єкту;
Π — перетин;	\subset — належність решти елементів (ліній, ...)
φ — дотик;	
$\not\parallel$ — мимобіжність;	
\perp — перпендикулярність;	
\cup — з'єднання точок;	$=$ — результат дії;
\llcorner — прями кут;	\equiv — збіг геометричних об'єктів і проєкцій

Приклад умовного запису $K \in l \cap \Delta$.

Запис означає, що точка K є точкою перетину прямої l з площиною Δ .

Завдання 1. Проеціювання точки та прямої

Завдання містить три задачі.

Задача 1. Побудувати проєкції точок на комплексному рисунку та у прямокутній ізометрії. Координати точок наведені у табл.1.

Задача 2. Визначити натуральну величину (н.в.) відрізка прямої і її кутів нахилу до площин проєкцій. Варіанти графічних умов наведені у табл. 2.

**Координати точок для задачі № 1 завдання № 1
та задачі № 4 завдання № 2**

Таблиця № 1

№ вар	A(x,y,z)	B(x,y,z)	C(x,y,z)	D(x,y,z)	№ вар	A(x,y,z)	B(x,y,z)	C(x,y,z)	D(x,y,z)
1	70, 5, 0	40, 70, 15	15, 0, 0	30, 50, 10	16	0, 60, 0	35, 60, 10	40, 0, 40	70, 20, 50
2	65, 0, 0	35, 65, 10	20, 15, 0	20, 40, 20	17	0, 50, 0	35, 65, 10	45, 0, 30	60, 35, 0
3	60, 5, 45	70, 0, 20	0, 0, 15	25, 30, 40	18	0, 15, 0	70, 60, 10	40, 55, 0	30, 40, 50
4	55, 10, 30	0, 35, 0	30, 55, 0	30, 35, 30	19	70, 50, 10	40, 50, 0	0, 30, 0	50, 40, 30
5	30, 55, 0	70, 20, 10	0, 35, 0	30, 50, 10	20	40, 55, 0	70, 60, 10	0, 50, 0	50, 50, 50
6	0, 40, 0	70, 20, 70	30, 60, 0	30, 35, 40	21	0, 15, 20	75, 0, 0	30, 60, 10	40, 30, 40
7	15, 0, 0	60, 30, 70	10, 0, 15	20, 30, 40	22	0, 0, 5	55, 10, 50	70, 0, 20	30, 40, 40
8	45, 50, 70	0, 0, 15	0, 20, 40	40, 25, 10	23	70, 60, 20	30, 55, 0	0, 50, 0	50, 35, 25
9	0, 0, 15	50, 40, 65	0, 20, 40	50, 10, 25	24	15, 0, 0	10, 0, 10	60, 30, 70	40, 15, 20
10	50, 40, 60	30, 0, 0	0, 50, 40	50, 20, 30	25	70, 20, 50	30, 60, 70	0, 50, 0	25, 30, 70
11	0, 40, 50	50, 0, 0	30, 40, 60	55, 25, 35	26	0, 10, 20	50, 40, 60	0, 40, 0	30, 40, 60
12	40, 25, 0	0, 20, 0	20, 60, 30	60, 20, 10	27	60, 10, 30	0, 0, 50	10, 0, 50	40, 30, 50
13	10, 50, 40	25, 40, 0	0, 15, 0	60, 30, 30	28	0, 0, 50	60, 40, 50	0, 10, 20	15, 40, 60
14	30, 70, 30	0, 60, 0	45, 0, 70	60, 30, 20	29	40, 55, 0	70, 60, 10	0, 20, 0	20, 40, 30
15	45, 0, 50	20, 60, 20	0, 50, 0	50, 30, 30	30	10, 60, 30	0, 15, 0	25, 40, 0	50, 25, 10

Задача 3. Через точку P провести пряму, паралельну площині Π_1 , так, щоб вона перетинала пряму EF . Варіанти завдання також наведені у табл. 2.

Зразок виконання завдання 1 наведено на рис. 2, стор. 9.

**Основні теоретичні відомості
Проеціювання точки**

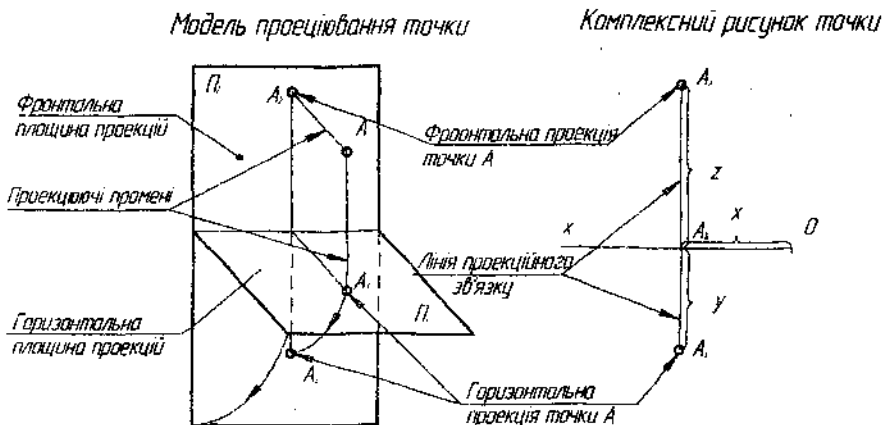


Рис. 3.

Графічні умови до задач № 2, 3 завдання № 1

Таблиця 2

<i>Варіанти</i>	
1 - 7	8 - 15
<i>Варіанти</i>	
16 - 21	22 - 30

Припускаємо, що площини проєкцій суміщені з координатними. Зображення точки виконується за її визначником. **Визначник** точки, що розташована в просторі, — координати x, y, z .

Умовний запис визначника точки A : $A(x, y, z)$. Наприклад, точка A має координати $x = 20$ мм, $y = 25$ мм, $z = 30$ мм. Її визначник: $A(20, 25, 30)$.

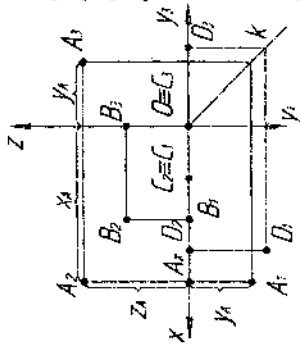
Проекцією точки називається точка перетину проєкціюючого променя з площиною проєкцій. Плоский рисунок одержують суміщенням горизонтальної Π_1 та профільної Π_3 площин проєкцій з фронтальною Π_2 площиною проєкцій за допомогою обертання навколо ліній їх перетину, які називають осями проєкцій.

Комплексним рисунком точки називається сукупність проєкцій точки, які з'єднані лініями проєкційного зв'язку. Лінія проєкційного зв'язку завжди перпендикулярна до осі проєкцій, що розділяє площини проєкцій, на яких побудовані зображення.

Читання комплексного рисунка об'єкта проєціювання

Результатом читання комплексного рисунка є знаходження

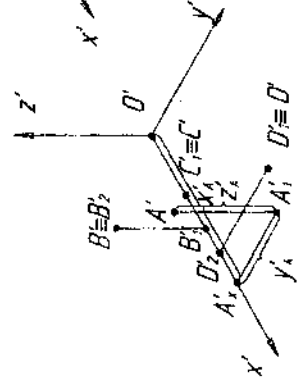
Заданіа 1. Побудувати проєкції почок на комплексному рисунку



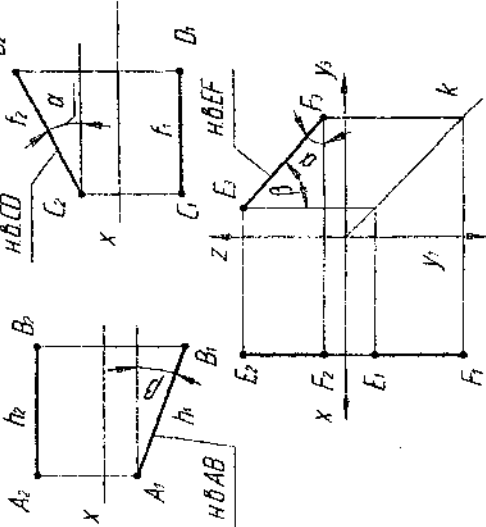
$A(39, 20, 25) \in \text{простору}$
 $B(26, 0, 17) \in \Pi_b$
 $C(16, 0, 0) \in OX$
 $D(33, 25, 0) \in \Pi_h$

Розташована осей в
 прямокутній ізометрії.

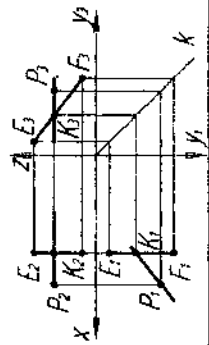
Побудувати проєкції почок в
 прямокутній ізометрії



Заданіа 2. Визначити н.в. відрізка прямої і куту її нахилу до площин проєкції.



Заданіа 3. Через точку P проведіть пряму паралельну Π_h , так, щоб вона перетинала пряму EF



Заданіа №1
 Студент 1 к
 Волочко К.М.
 ЗТВ-21.05.21
 Варіант №21

Рис. 2.

графічного визначника об'єкта та його метричних і позиційних характеристик. Визначником точки на рисунку є сукупність двох проєкцій точки $A(A_1, A_2)$, або $A(A_2, A_3)$. Кожна проєкція точки визначається двома координатами: $A_1(x_A, y_A)$, $A_2(x_A, z_A)$, $A_3(y_A, z_A)$, а будь-які дві проєкції вміщують інформацію про всі три координати.

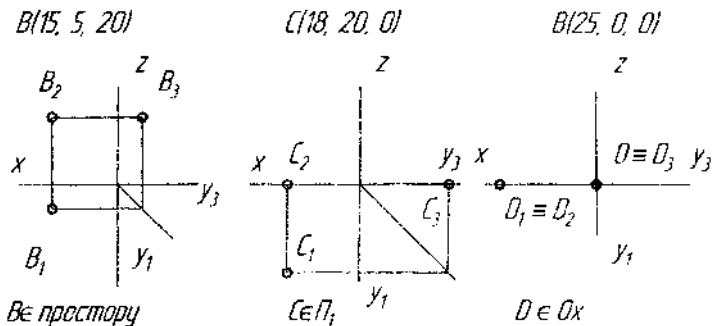


Рис. 4

На рис. 4 наведені приклади читання рисунків точок, що належать простору, площині або осі проєкцій.

Проєціювання прямої

Визначником прямої у просторі є дві точки. Умовний запис визначника прямої: $AB(A, B)$. На комплексному рисунку пряма може бути визначена таким чином: $AB(A_1, B_1, A_2, B_2)$, або $l(l_1, l_2)$ (рис. 5).

В залежності від розташування відносно площин проєкцій

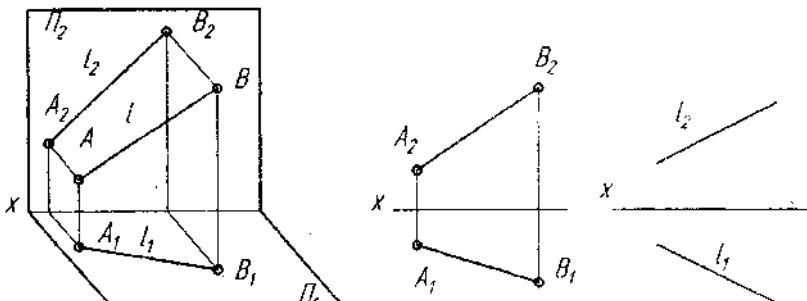


Рис. 5

прямі поділяються на прямі загального положення (рис.5) і прямі окремого положення. Прямі окремого положення, які паралельні до однієї з площин проєкцій, називають **прямими рівня** (рис. 6), а ті, які перпендикулярні до площини проєкцій, називають **проєкціючими** (рис.7).

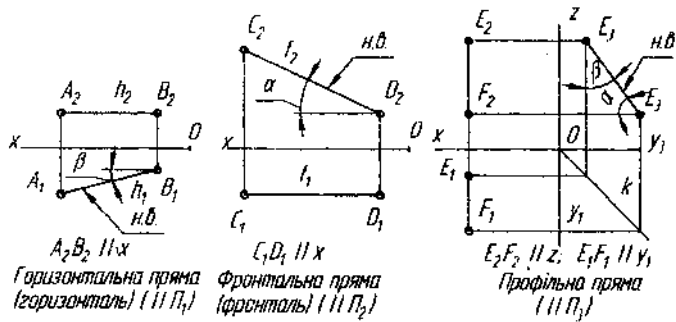


Рис. 6

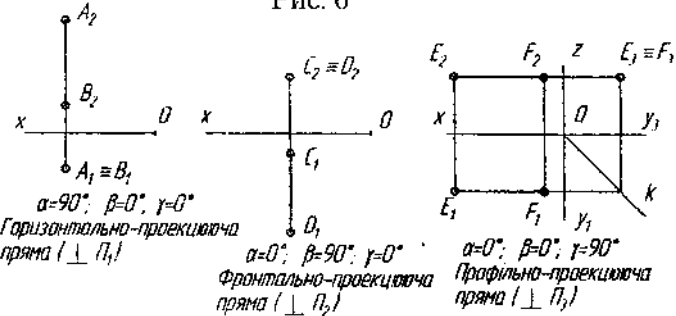


Рис. 7

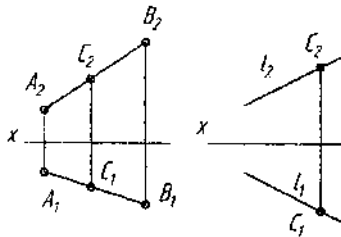
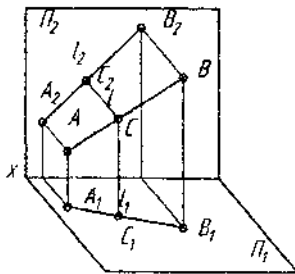


Рис. 8

Якщо точка належить прямій, то її проєкції належать однойменним проєкціям цієї ж прямої (рис. 8).

Завдання № 2. Площина

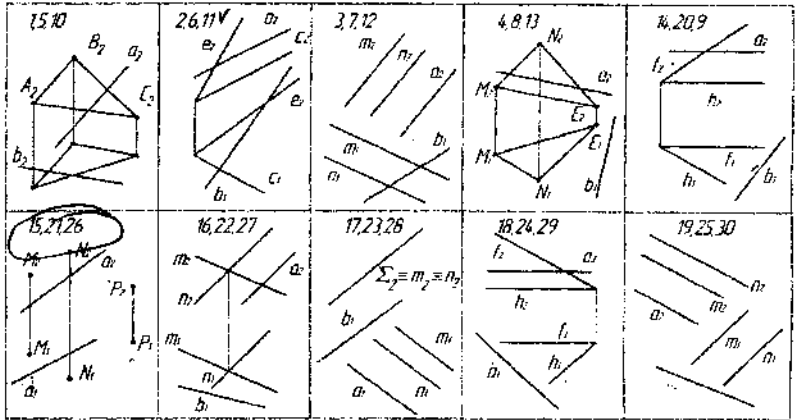
Завдання містить чотири задачі.

Задача № 1. Деякій площині загального положення належать прямі a і b , які задані однією проєкцією. Побудувати другу проєкцію кожної прямої.

Для розв'язання цієї задачі на форматі необхідно зробити два креслених для кожної з прямих.

Графічні умови до задачі № 1 завдання № 2

Таблиця 3



Задача № 2. В кожній із заданих площин побудувати горизонталь на відстані 20 мм від площини Π_1 та фронталь на відстані 15 мм від площини Π_2 .

Графічні умови до задачі № 3 завдання № 2

Таблиця 5

аписати визначник площини.

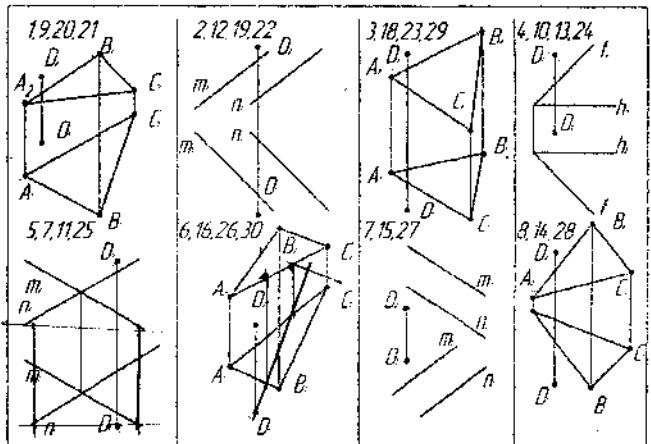
Задача № 3.

адана площина Σ . Визначити, чи належить точка D цій площині.

Задача № 4.

ряму AB включити в площину Σ (окремого

и загального положення в залежності від варіанту). Координати точок A і B



Графічні умови до задачі №2 завдання №2

Таблиця 4

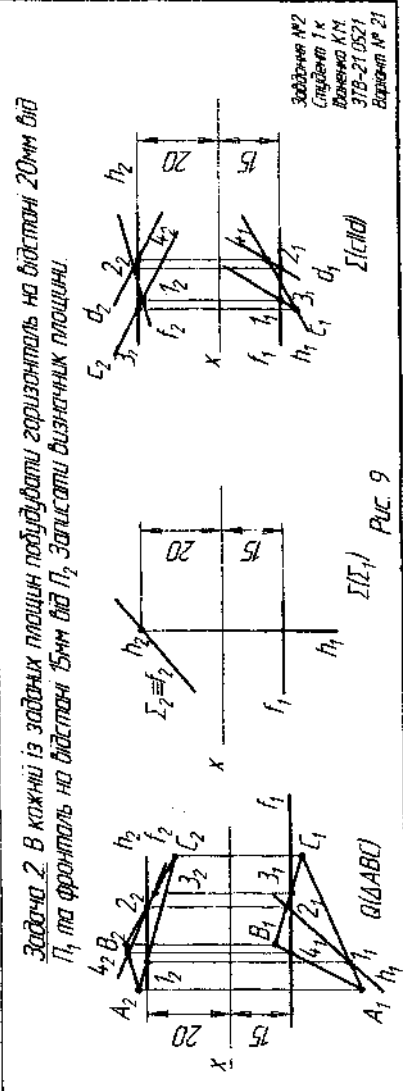
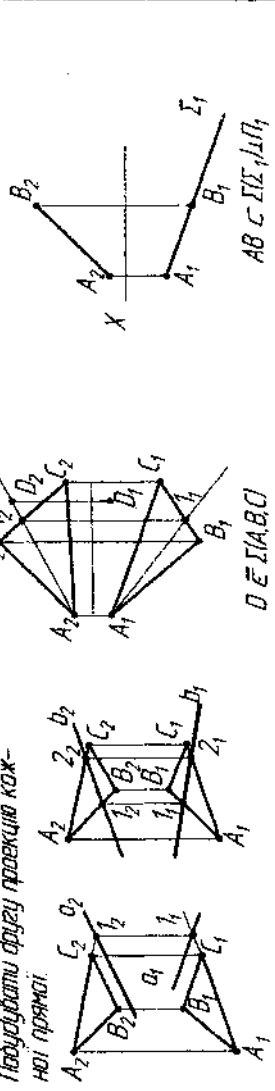
<p>1,9,27</p> <p>$\Sigma_2 \equiv a_2 \equiv b_2$</p>	<p>2,10,28</p>
<p>3,11,29</p> <p>$\Delta_2 \equiv m_2 \equiv n_2$</p>	<p>4,12,30</p> <p>$\Delta_2 \equiv p_2 \equiv q_2$</p>
<p>5,13,26</p> <p>E_2 F_2</p>	<p>6,14,25</p> <p>$\Sigma_2 \equiv c_2 \equiv d_2$</p>
<p>7,15,24</p> <p>$\Delta_2 \equiv p_2 \equiv q_2$</p>	<p>8,16,23</p>
<p>17,18,22</p>	<p>19,20,21</p>

Задання 1 Деякі площини загальноположення належать прями a і b , які задані однією проекцією. Побудувати другу проекцію кожної прямої.

Задання 2 В кожній із заданих площин побудувати горизонталь на відстані 20мм від Π_1 та фронталь на відстані 5мм від Π_2 . Записати визначення площини.

Задання 3 Визначити, чи належить точка D площині $\Sigma(A, B, C)$.

Задання 4 Прямі AB закрити в горизонтально-проекційній площині $\Sigma(\Sigma_1)$.



Задання №2
Складено 1 к.
Володимир ХІМ
ЗІВ-21.05.21
Версія № 21

$\Sigma(\Sigma_1)$ РИС. 9

взяти із таблиці № 1. Положення площини наведено у табл. 6.

Графічні умови задач №1, 2, 3 наведені у табл. 3, 4 та 5, від повідно. Приклад виконання завдання № 2 наведений на рис. 9 стор. 14.

Таблиця №

Варіанти	Площина Σ	Варіанти	Площина Σ
1, 5, 10, 15, 29	$\perp \Pi_1$	19, 22, 27, 28	$\perp \Pi_2$
2, 6, 11, 16	$\perp \Pi_2$	21, 23, 25, 30	$\perp \Pi_3$
3, 7, 12, 20, 26	$\perp \Pi_3$	9, 14, 17, 24	загального положення
4, 8, 13, 18	$\perp \Pi_1$		

Основні теоретичні відомості

Площини загального та окремого положення

Площина в просторі нескінченна. Проекція площини в загальному випадку — все поле площини проєкцій. Положенню площини у просторі задають три точки, які не належать одній прямій.

Таким чином, **визначник площини** — три точки $\Sigma(A, B, C)$ Площину можна задати також і деякими іншими способами (рис 10). Так площина Γ задана проєкціями плоскої фігури (ΔKLM) площина Δ — двома паралельними прямими m і n , площина Θ — двома прямими c і d , що перетинаються, площина Λ — двома

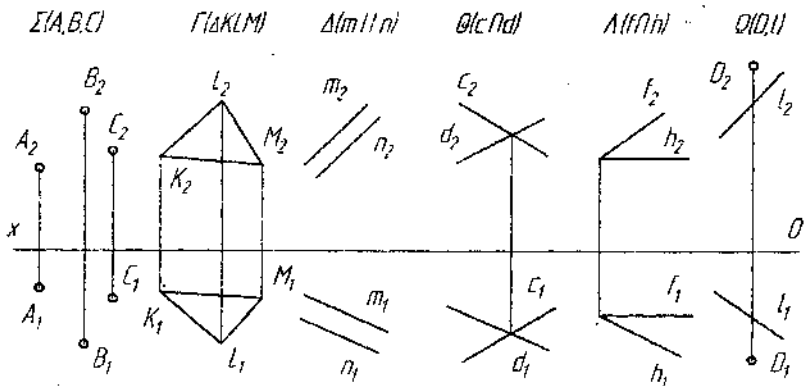


Рис. 10

лініями рівня f і h , що перетинаються, площина Ω — прямою l та точкою D , що їй не належить.

В залежності від розташування відносно площин проекцій площини поділяються на площини загального та окремого положення.

Площини загального положення не паралельні та не перпендикулярні жодній площині проекцій (рис.10).

Серед площин окремого положення виділяють площини рівня, які паралельні одній з площин проекцій (рис.11), та проєкціючі площини, які перпендикулярні одній з площин проекцій (рис. 12).

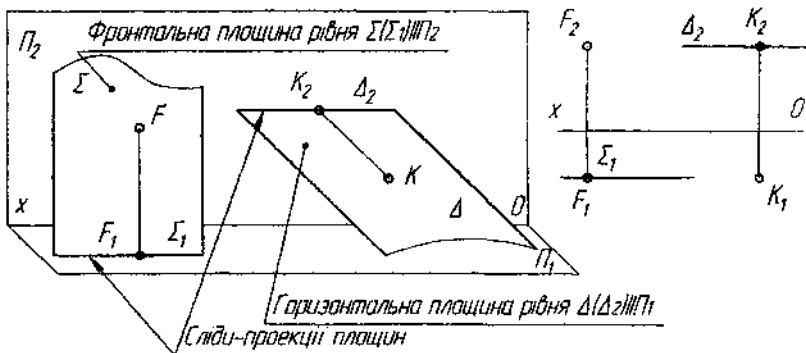


Рис. 11

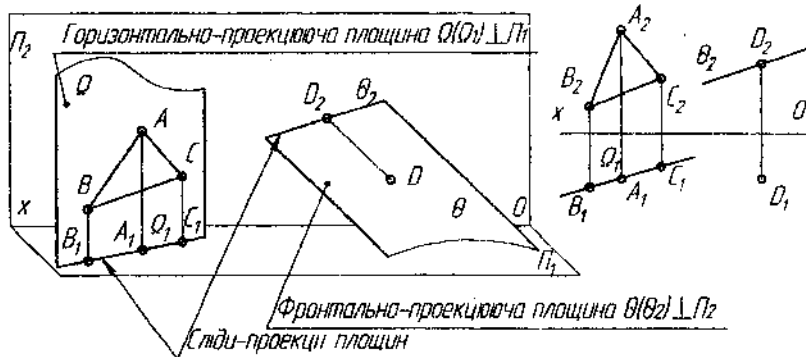


Рис. 12

Площини окремого положення на епюрі можуть задаватися однією лінією — слідом-проєкцією. Слід-проєкція площини — це

водночас і лінія перетину площини окремого положення з площиною проєкцій, і проєкція цієї площини на площину проєкцій. Слід-проєкція площини окремого положення має збиральні властивості, тобто всі геометричні об'єкти (точки, прямі, плоскі криві, плоскі фігури), що належать площині окремого положення, проєкуються на її відповідний слід-проєкцію.

Точки та прямі в площині. Умови належності

Пряма належить площині (рис.13):

- якщо вона проходить через дві точки цієї площини;
- якщо вона проходить через одну точку цієї площини і паралельна прямій, яка належить цій площині.

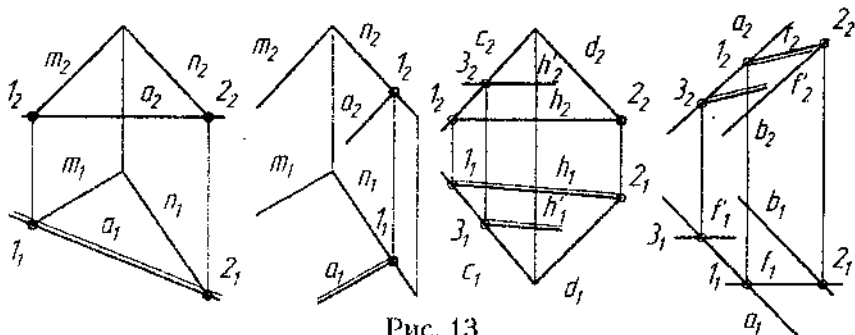


Рис. 13

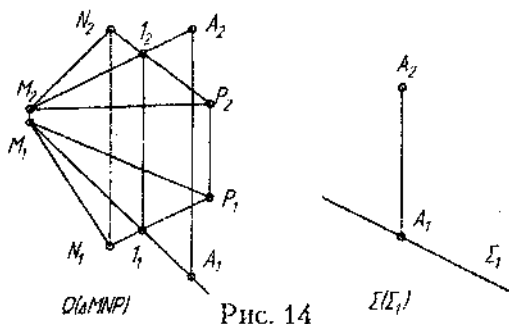


Рис. 14

Точка належить площині, якщо вона належить прямій, яка належить цій площині (рис.14).

Завдання № 3. Метод заміни площин проєкцій

Завдання містить три задачі.

Задача № 1. Перетворити пряму загального положення в проєкціюючу та визначити кути нахилу цієї прямої до площин проєкцій Π_1 та Π_2 .

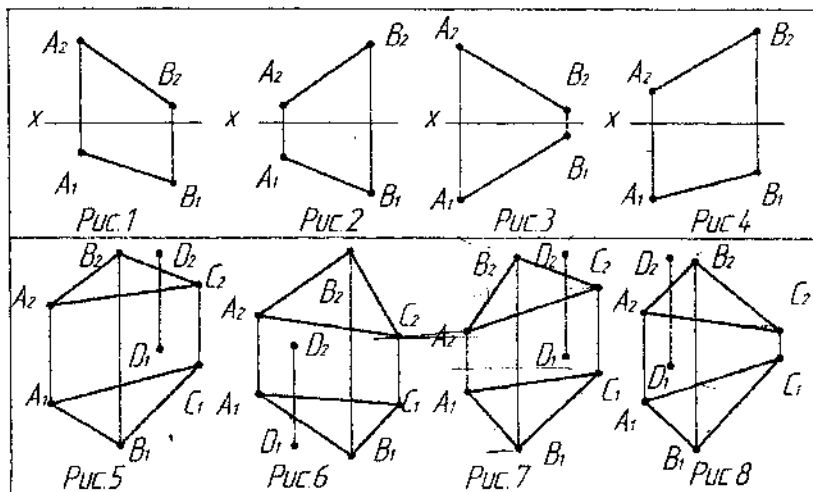
Задача № 2. Визначити відстань від точки D до площини $\Sigma(ABC)$.

Задача № 3. Побудувати центр кола, описаного навколо трикутника ABC для непарних варіантів, чи вписаного в нього для парних варіантів.

Графічні умови до задач №№ 1, 2, 3 наведені у табл. 7, а їх розподілення по варіантах у табл. 8.

Графічні умови до задач №1, 2, 3 завдання № 3

Таблиця 7



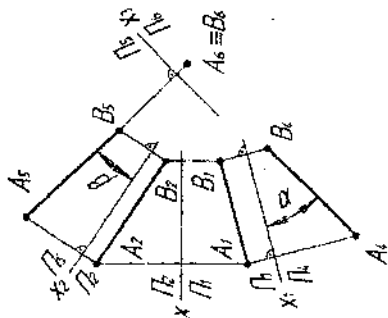
Розподіл по варіантах графічних умов до задач № 1, 2 та 3

Таблиця 8

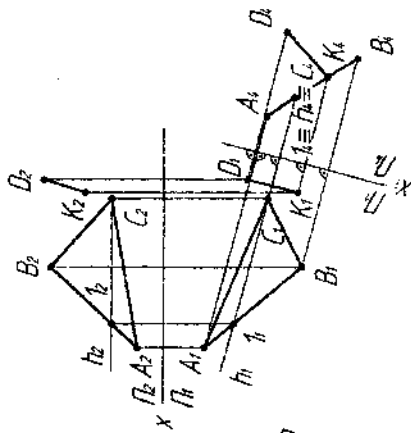
№ варіанту	1, 16	2, 17	3, 18	4, 19	5, 20	6, 21	7, 22	8, 23
№ рисунку	1, 5	1, 6	1, 7	1, 8	2, 5	2, 6	2, 7	2, 8
№ варіанту	9, 24	10, 25	11, 26	12, 27	13, 28	14, 29	15, 30	
№ рисунку	3, 5	3, 6	3, 7	3, 8	4, 5	4, 6	4, 7	

Зразок виконання завдання № 3 наведений на рис. 15 стор. 19.

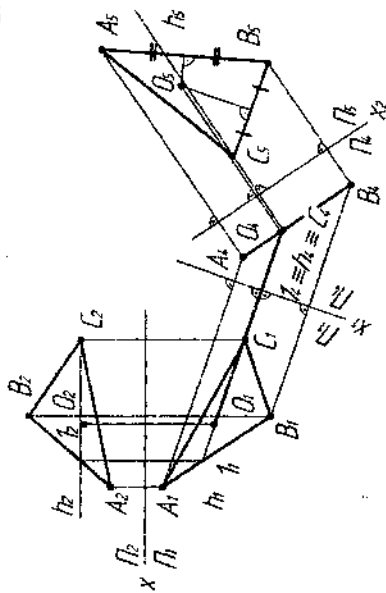
Задача 1. Перетворити пряму загального положення в проєкцію та визначити кути нахилу її до площин проєкції Π_1 та Π_2



Задача 2. Визначити відстань від точки D до ΔABC



Задача 3. Побудувати центр кола, описаного навколо ΔABC



Задання № 2
Студент 1 к
Іванченко КМ
37В-21.0521
Варіант № 21

Рис. 15

Основні теоретичні відомості

Розв'язання багатьох задач можна значно спростити, якщо розглянути задані об'єкти в іншій системі площин проєкцій. Перехід від однієї системи площин проєкцій до другої здійснюється відповідно загальним положенням метода заміни площин проєкцій.

Розглянемо основні принципи цього методу на прикладі перетворення проєкцій точки.

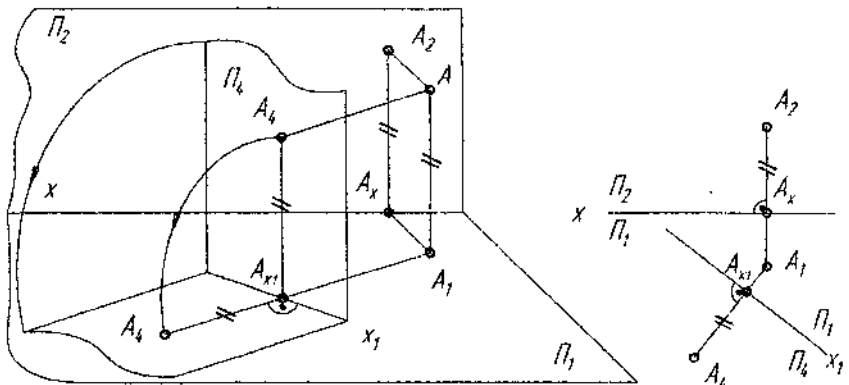


Рис.16

Нехай дана система площин проєкцій Π_2 / Π_1 . Введемо нову площину проєкцій Π_4 так, щоб $\Pi_4 \perp \Pi_1$. Переходимо до системи площин проєкцій Π_1 / Π_4 (рис.16). При цьому $A_2 A_x = A A_1 = A_4 A_{x_1} = z_A$.

На комплексному рисунку нова вісь x_1 , яка є результатом перетину площин проєкцій Π_1 та Π_4 , розташована довільно.

Наведемо основні положення методу.

1. Вводимо завжди тільки одну нову площину проєкцій (Π_4), яка має бути перпендикулярною до тієї площини проєкцій (Π_1), що залишається в системі.

2. На рисунку з'являється нова вісь x_1 як результат перетину нової площини проєкцій Π_4 та площини проєкцій Π_1 , що залишається в системі.

3. Відстань від нової проєкції точки (A_4) до нової осі (x_1) дорівнює відстані від проєкції точки, що замінюється (A_2), до попередньої осі (x). Таким чином, при заміні фронтальної площини проєкцій незмінною є координата z , а при заміні горизонтальної площини проєкцій Π_1 на Π_5 — координата y .

4. Проекції точки у новій системі площин проєкцій розташовані на лінії зв'язку, яка перпендикулярна новій осі проєкцій.

Методом заміни площин проєкцій розв'язуються задачі на визначення натуральних величин відрізків прямих, плоских фігур, кутів тощо. При цьому виділяють такі основні задачі.

1. Перетворити пряму загального положення в пряму рівня.

Нехай в системі площин проєкцій Π_2/Π_1 задана пряма загального положення AB . Перетворимо її в лінію рівня. Для цього введемо нову площину проєкцій Π_4 паралельно заданій прямій AB ($\Pi_4 \parallel AB$, $x_1 \parallel A_1B_1$) (рис.17). На площині проєкцій Π_4 показаний кут α нахилу відрізка прямої AB до Π_1 . Довжина відрізка A_4B_4 дорівнює натуральній величині відрізка AB .

Для визначення кута β нахилу відрізка прямої до Π_2 здійснюємо ще одну заміну площин проєкцій. Вводимо $\Pi_5 \perp \Pi_2$ та $\Pi_5 \parallel AB$, ($x_2 \parallel A_2B_2$). Це проілюстровано на прикладі розв'язання задачі 1 (рис.15).

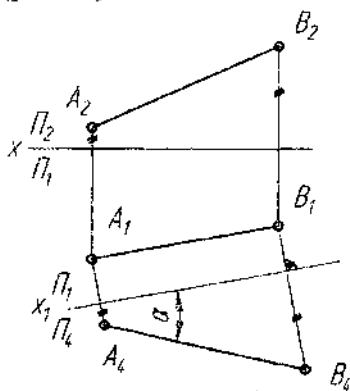


Рис.17

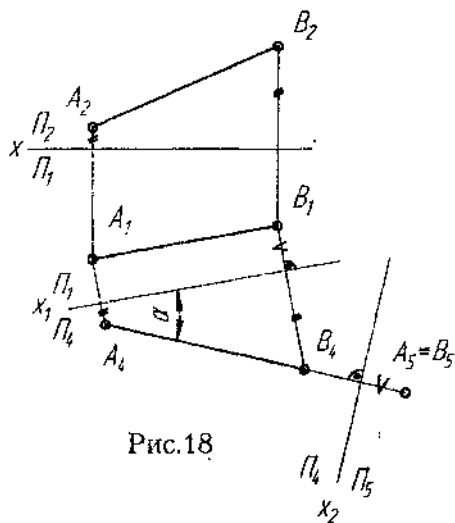


Рис.18

2. Перетворити пряму загального положення в проєкцію.

Послідовною заміною двох площин проєкцій виконуються такі дії:

- перетворюємо пряму загального положення в пряму рівня (див.п.1);
- лінію рівня перетворюємо в проєкцію.

Після перетворення прямої загального положення в пряму рівня нову площину проєкцій вибирають перпендикулярно до лінії рівня. Тоді в системі площин проєкцій Π_4/Π_5 пряма AB буде проєкціюючою. На ешорі вісь x_2 нової системи проєкцій проводять під прямим кутом до проєкції A_4B_4 прямої на ту площину проєкцій, якій пряма паралельна (рис.18).

3. Перетворити площину загального положення $\Sigma(\Delta ABC)$ в проєкціюючу.

Для переходу від системи площин проєкцій Π_2/Π_1 до системи Π_1/Π_4 , в якій $\Sigma \perp \Pi_4$, достатньо, щоб довільна горизонталь h площини Σ була перпендикулярна до Π_4 . Тоді в системі площин проєкцій Π_1/Π_4 горизонталь h буде проєкціюючою прямою, а сама площина на Π_4 буде представлена слідом-проєкцією. Розташуємо $x_1 \perp h_1$.

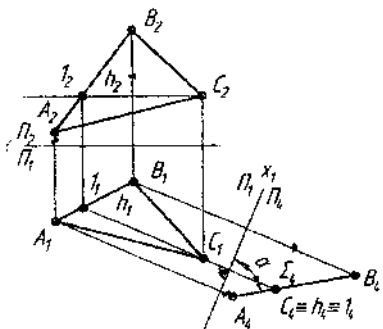


Рис.19

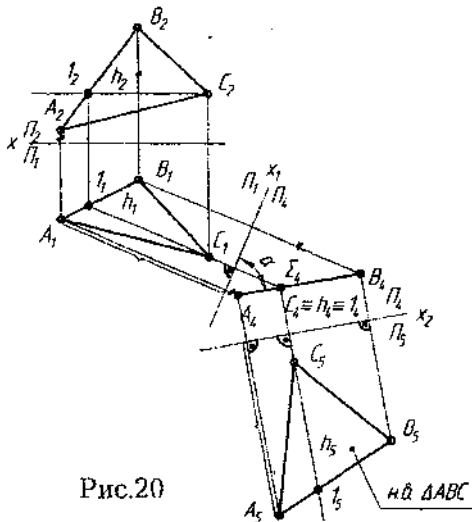


Рис.20

На площині Π_4 будують проєкцію h_4 (точка) горизонталі h проєкції точок C і 1 на площину Π_4 збігаються, тому, що мають однакову координату z , потім будують проєкцію довільної точки площини Σ , (на рис. 19 – проєкція B_4 точки B). Слід-проєкція Σ_4 площини проводиться через h_4 і B_4 .

В даному перетворенні визначається кут α нахилу площини Σ до площини проєкцій Π_1 . Це кут між слідом-проєкцією площини Σ_4 і віссю x_1 .

Перетворення цієї ж площини в проєкціюючу за допомогою фронталі призведе до визначення кута β нахилу площини до Π_2 .

4. Перетворити площину загального положення в площину рівня.

Це перетворення розглянуто на прикладі площини загального положення $\Sigma(\triangle ABC)$.

Послідовно заміною двох площин проєкцій виконують такі дії:

— перетворюємо площину загального положення в проєкцію площину (див.п.3);

— проєкціюючу площину перетворюємо в площину рівня.

Після перетворення площини загального положення в проєкціюючу систему площин проєкцій P_1/P_4 замінюють системою P_4/P_5 , в якій площина проєкцій P_5 повинна бути паралельною площині трикутника. Для цього проводять нову вісь проєкції $x_2 \parallel A_4B_4C_4$.

Будують проєкції точок A_5, B_5, C_5 на площині P_5 . Сполучають побудовані проєкції відрізками прямих в трикутник, який буде натуральною величиною $\triangle ABC$ (рис.20).

Завдання № 4. Побудова точок, які належать заданим поверхням. Перетин поверхонь площинами

Завдання містить дві задачі.

Задача 1. Побудувати недостатні проєкції точок, що належать заданим поверхням, при умові, що кожна точка є видимок на тій площині проєкцій, де задана її проєкція.

Графічні умови задачі наведені у табл. 9, а розподілення їх по варіантах у табл. 10.

Розподілення по варіантах графічних умов до задачі 1 завдання 4

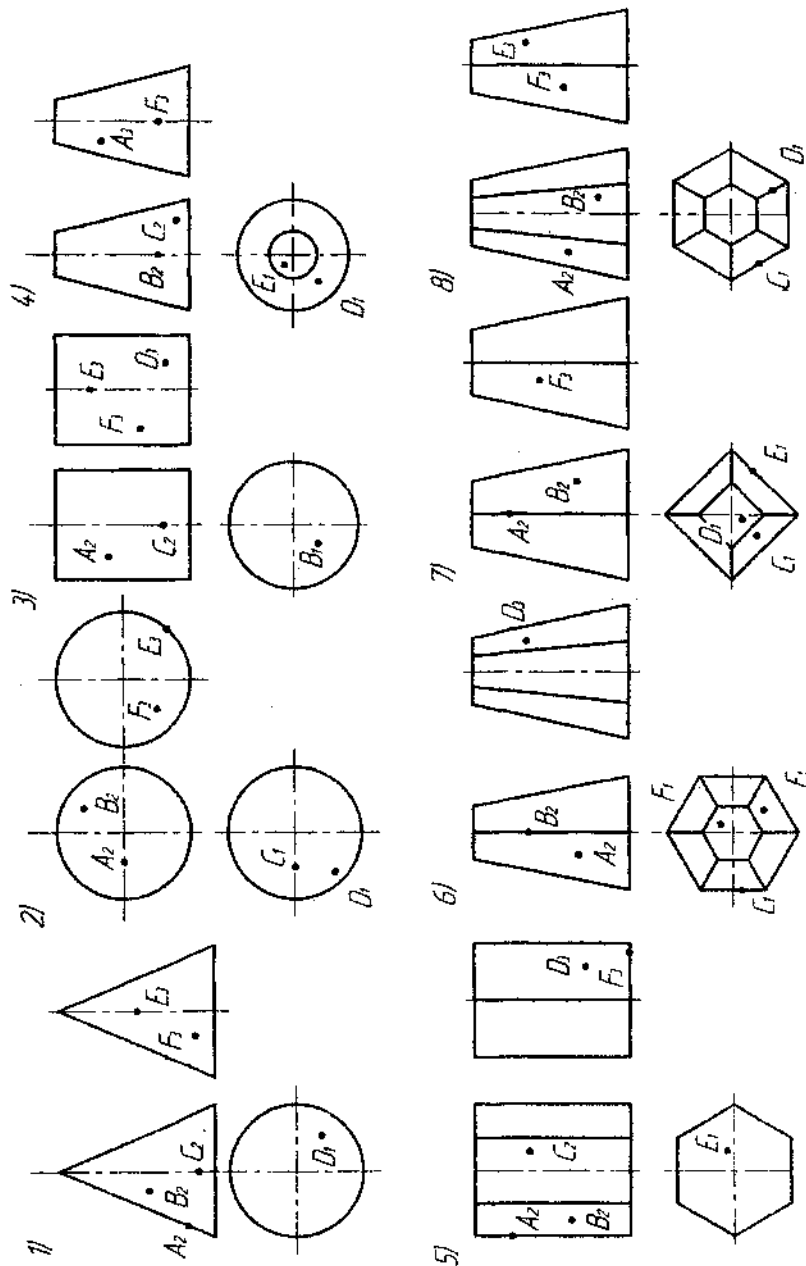
Таблиця № 10

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Рис.	1,2,8	1,5,8	1,5,7	1,2,6	2,5,7	2,5,8	2,6,7	2,4,8	3,5,7	3,5,8
№ вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Рис.	3,6,7	3,2,8	4,5,7	4,5,8	4,6,7	4,2,8	2,5,7	4,6,7	2,5,8	4,2,8
№ вар.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Рис.	1,2,6	1,2,7	1,2,8	2,3,7	2,3,8	1,3,7	1,3,8	4,5,7	4,5,8	4,6,7

Задача № 2. Побудувати проєкції лінії перетину двох поверхонь площиною та натуральну величину однієї з фігур перерізу.

Графічні умови задач наведені у табл. 11. Номери рисунків у таблицях збігаються з варіантами завдань.

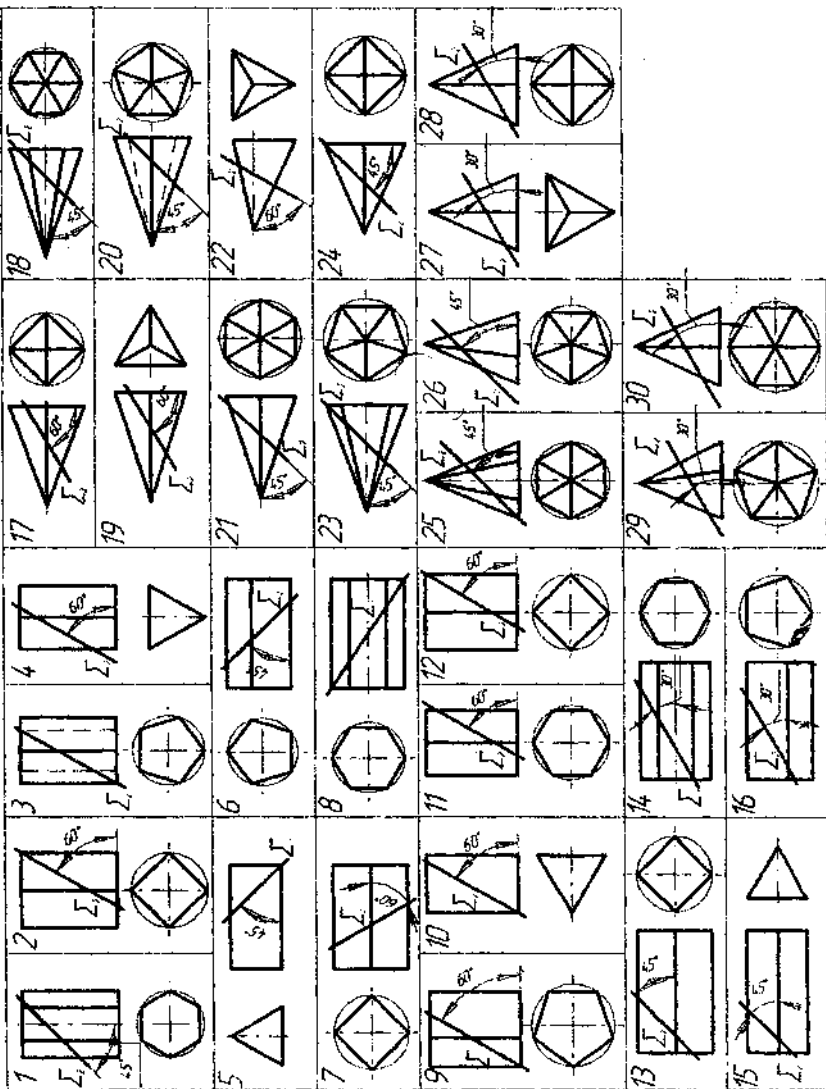
Зразок виконання завдання № 4 наведений на рис. 21 на стор. 27.



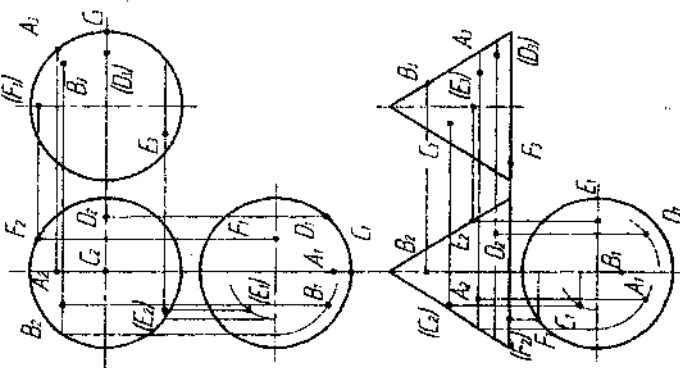
Таблиця 11

1		2		3		4	
5		6		7		8	
9		10		11		12	
13		14		15		16	

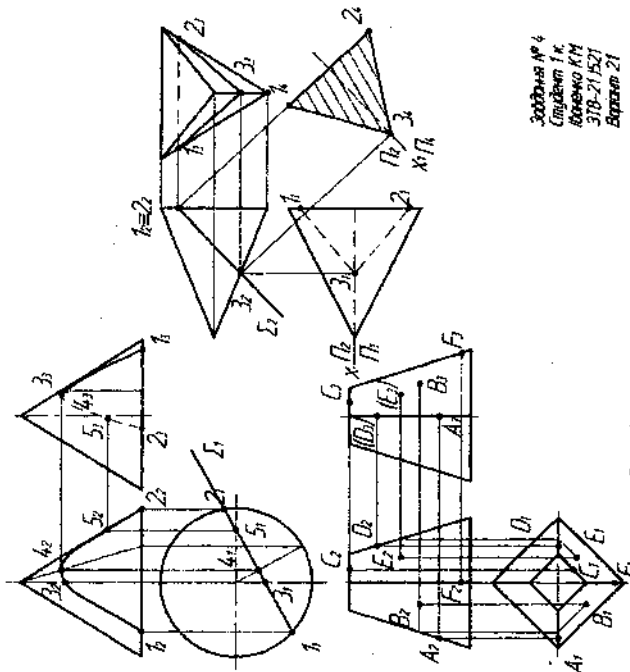
17		18		19		20	
21		22		23		24	
25		26		27		28	
29		30					



Задача 1. Побудувати проєкції видимих точок, які належать заданій поверхні.



Задача 2. Побудувати проєкції лінії перетину поверхні заданої площинною.



Завдання № 4
Страниця 1 з 4
Власно К.М.
378-271527
Варіант 21

Рис. 21

Основні теоретичні відомості

Поверхні

В парисній геометрії поверхня розглядається як утворена безперервним рухом лінії за певним законом. Лінія, що утворює поверхню, називається твірною. Закон руху твірної визначається напрямними елементами і положенням твірної відносно цих елементів у будь-який момент руху.

Визначником поверхні є сукупність геометричних елементів та умов, що визначають поверхню. Визначник складається з двох частин: геометричної і алгоритмічної (або кінематичного закону).

Геометрична частина визначника — сукупність геометричних елементів (твірна, напрямні елементи), якими задається поверхня. **Алгоритмічна частина** — це закон, який дозволяє в будь-який момент руху твірної з'ясувати її положення та форму.

Наприклад, конічна поверхня (рис. 22) утворена рухом прямої лінії l , яка в кожний момент руху перетинає напрямну лінію m і проходить через точку S .

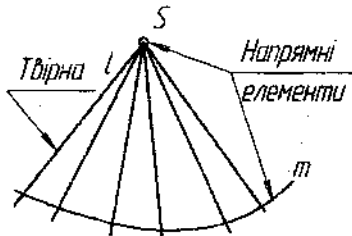


Рис.22

— зобразити напрямні елементи (рис. 23);

— зобразити обрисні твірні поверхні (рис.24).

Визначник поверхні:

$\Phi(m, S)$ — геометрична частина,
 $(l/m, l \cap S)$ — алгоритмічна частина.

Зображення поверхні рекомендується виконувати в такій послідовності:

— зобразити напрямні елементи

(рис. 23);

— зобразити обрисні твірні поверхні (рис.24).

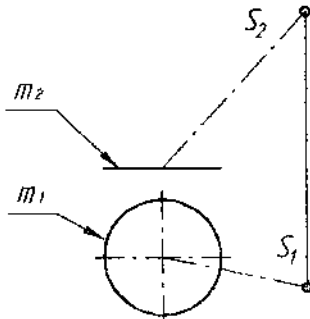


Рис.23

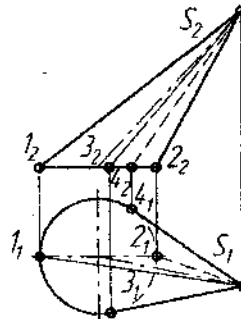


Рис.24

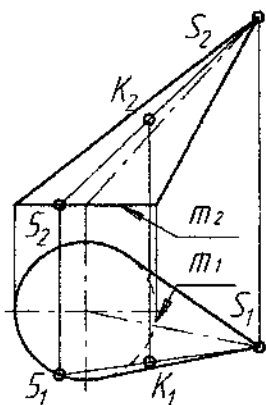


Рис. 25

Правило належності точки до поверхні: точка належить поверхні, якщо її проєкції лежать на однойменних проєкціях лінії, яка знаходиться на поверхні (на рис. 25 точка $S \in m$, пряма $SS' \subset \Phi(m, S)$, точка $K \in S5$, тому точка $K \in \Phi(m, S)$).

Найбільш поширеними поверхнями є **лінійчасті поверхні**, які можуть бути утворені рухом прямої лінії. Лінійчасті поверхні, у яких твірні паралельні або перетинаються, є розгортними (рис. 26).

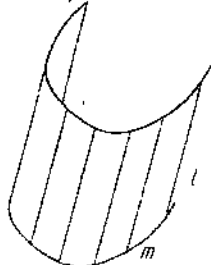
Поверхні обертання можуть бути утворені обертанням довільної лінії (твірної) навколо осі обертання.

В залежності від типу твірної і її положення відносно осі обертання можна отримати такі поверхні:

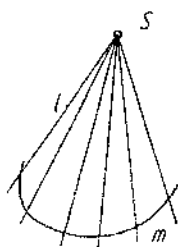
- пряма лінія, що паралельна осі обертання — циліндр обертання;
- пряма лінія, що перетинає вісь обертання — конус обертання;
- пряма лінія, що мимобіжна до осі обертання — гіперboloїд обертання;
- коло, центр якого належить осі обертання — сферична поверхня;
- коло, центр якого не належить осі обертання — торова поверхня.

Приклади деяких поверхонь та методика побудови точок на них наведено на рис. 27.

Циліндрична



Конічна



Торова

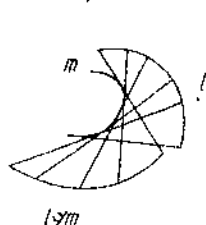
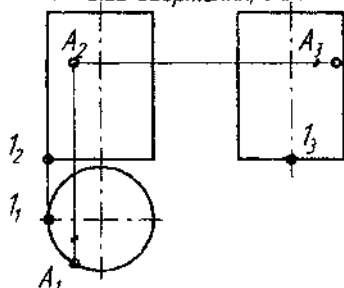
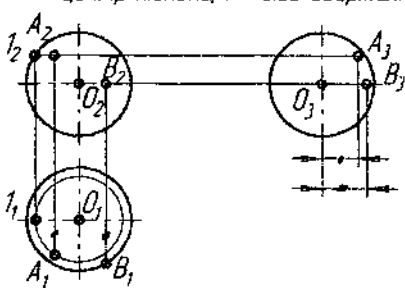


Рис. 26

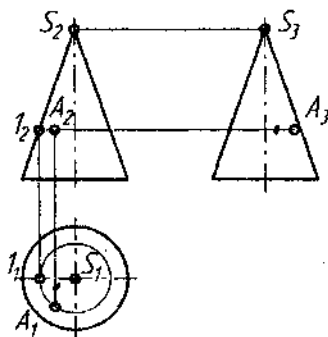
Циліндр обертання $\Sigma(l, i)$
 i – вісь обертання, $l \parallel i$



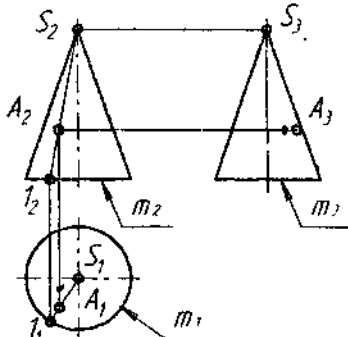
Сфера $\Delta(l, i)$, l – півкола, $O \in i$,
 O – центр півкола, i – вісь обертання.



Конус обертання $\Phi(l, i)$
 i – вісь обертання, $l \perp i$



Конус як лінійчаста поверхня $\Phi(m, S)$
 $l \perp m$, $S \in l$



Піраміда – гранна поверхня

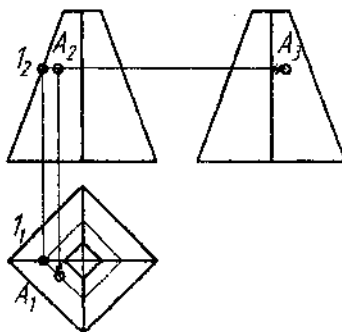
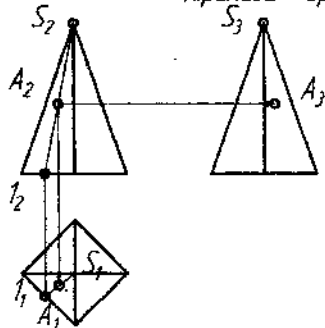


Рис. 27

Перетин поверхні з площиною

Перетин поверхні з площиною є плоскою лінією, форма якої залежить від типу поверхні та взаємного положення січної площини і поверхні. Лінія перетину будується за допомогою точок перетину найпростіших ліній цієї поверхні з січною площиною. Для гранних поверхонь — це ребра, для конусів та циліндрів — це твірні або паралелі, для сфери — паралелі.

На лінії перетину виділяють характерні (опорні) та допоміжні точки. Перед усім лінії на поверхні вибирають таким чином, щоб визначити характерні точки. Це точки, які відрізняються своїм особливим розташуванням відносно площин проекцій, або які займають виїяткове положення на кривій:

- найближча та найбільш віддалена точка відносно кожної з площин проекцій (екстремальні точки);
- точки, які розташовані на проекціях обрисних твірних на всіх площинах проекцій (межі видимості);
- характерні точки кривої перетину (вершини ламаної — для гранних поверхонь, точки на кінцях великої та малої осей еліпса, вершини дуг парабол та гіпербол, кінці дуг кривих тощо).

Якщо для виявлення форми лінії перетину характерних точок недостатньо, будують проміжні точки в тих місцях і в тій кількості, щоб криву можна було провести за допомогою лекала.

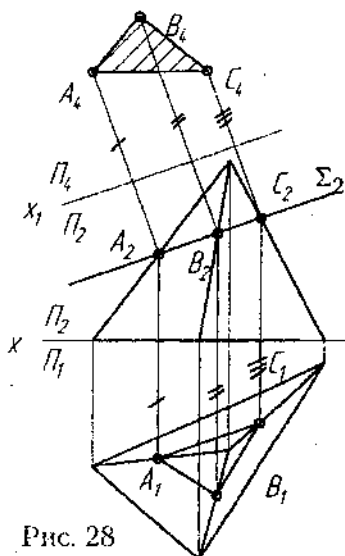


Рис. 28

Перетин гранної поверхні з площиною

При перетині гранної поверхні з площиною утворюється багатокутник.

На рис. 28 приведено приклад перетину поверхні піраміди з фронтально-проекціуючою площиною $\Sigma(\Sigma_2)$. Для побудови лінії перетину послідовно будують точки перетину кожного з ребер піраміди з площиною Σ .

Для визначення натуральної величини фігури перерізу застосовують метод заміни площин проекцій.

Перетин поверхні циліндра з площиною

В залежності від розташування січної площини відносно поверхні циліндра обертаюча лінія перетину може бути еліпсом, колом чи прямокутником (рис. 29):

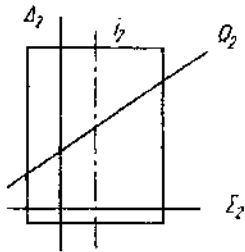


Рис. 29

— якщо січна площина $\Omega(\Omega_2)$ розташована похило до осі обертання i , в перерізі — еліпс;

— якщо січна площина $\Sigma(\Sigma_2)$ перпендикулярна до осі обертання i , маємо коло;

— якщо січна площина $\Delta(\Delta_2)$ паралельна осі обертання i , в перерізі — прямокутник, дві сторони якого є частинами твірних циліндра.

На рис. 30 наведений приклад побудови лінії перетину циліндра з фронтально-проекціуючою площиною $\Sigma(\Sigma_2)$ по частині еліпса, яка більша, ніж половина. Проекції лінії перетину будуються методом повного перерізу, тобто циліндрична поверхня продовжується до повного перетину з січною площиною. Визначається повний переріз поверхні, а потім виділяється та його частина, яка належить поверхні геометричного тіла (ECADF).

В перерізі утворюється еліпс, велика вісь якого AB , залежить від кута нахилу січної площини Σ до осі обертання циліндра, а

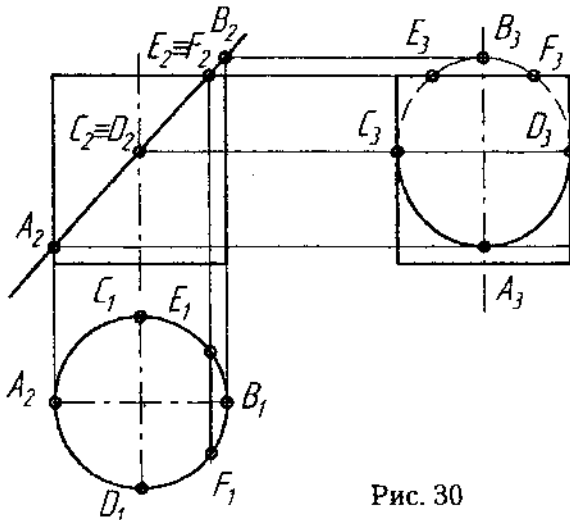


Рис. 30

мала CD дорівнює діаметру циліндра. Проекція цього еліпсу на Π_2 — відрізок прямої, який належить сліду-проекції Σ_2 площини Σ , на Π_1 — коло, на Π_3 — еліпс. Точки C і D — межі видимості лінії перерізу на Π_3 . Проміжні точки еліпса буду-

ють графічним методом за його осями або як довільні точки лінії перерізу.

Перетин поверхні конуса з площиною

В залежності від розташування січної площини відносно осі конуса можливі такі форми лінії перетину (рис. 31):

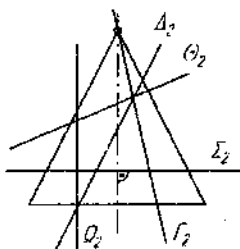


Рис. 31

– коло, якщо площина $\Sigma(\Sigma_2)$ перпендикулярна до осі обертання;

– еліпс, якщо площина $\Theta(\Theta_2)$ перетинає усі твірні конуса, та розташована під гострим кутом до осі обертання;

– парабола, якщо площина $\Delta(\Delta_2)$ паралельна одній твірній конуса;

– гіпербола, якщо площина $\Omega(\Omega_2)$ паралельна двом твірним конуса;

– трикутник, дві сторони якого – твірні конуса, якщо площина $\Gamma(\Gamma_2)$ проходить через вершину конуса.

На рис. 32 наведений приклад перетину конуса з фронтально-проекціуючою площиною $\Sigma(\Sigma_2)$ по еліпсу. Проекції цього еліпса на Π_2 – відрізок прямої, який належить сліду-проекції Σ_2 площини Σ , а на площини Π_1 та Π_3 – еліпси, які визначаються відповідними проекціями осей AB і CD . Велика вісь AB еліпса паралельна фронтальній площині проєкцій і визначається точками перетину січної площини з обрисними твірними на Π_2 . Мала вісь CD розташована перпендикулярно великій осі AB та проходить через її середину. Для її знаходження треба розділити проєкцію A_2B_2 відрізка AB навпіл, отримаємо $C_2 \cdot D_2$, після чого знаходимо інші проєкції точок C і D .

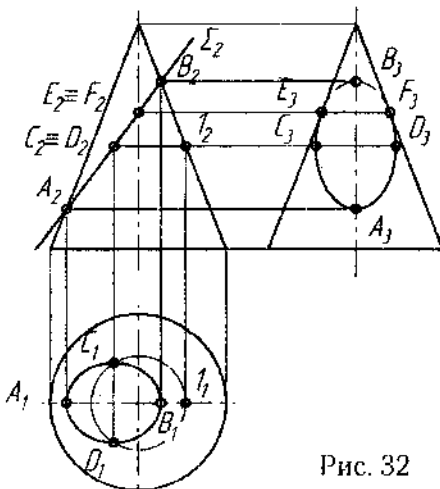


Рис. 32

Точки E і F – межі видимості еліпса на Π_3 і розташовані на обрисних твірних.

На рис. 33 наведено приклад перетину конуса з

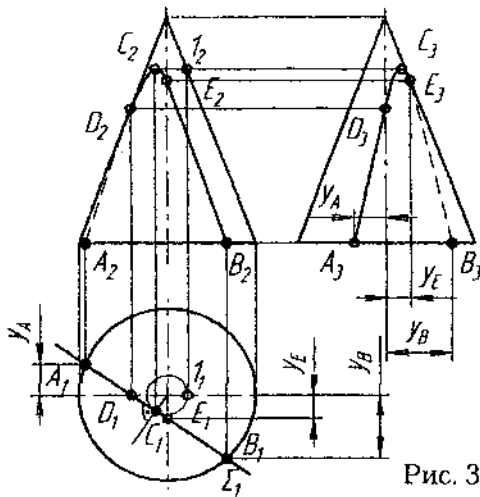


Рис. 33

горизонтально-проекціюючою площиною $\Sigma(\Sigma_1)$ по гіперболі. Кінці A і B дуги гіперболи визначають найнижчі точки гіперболи, а вершина C , що знаходиться на паралелі мінімального радіуса — найвищу. Горизонтальна проекція C_1 точки C розташована посередині відрізка A_1B_1 . Точка D — межа видимості гіперболи на Π_2 , а точка E — на Π_3 .

Перетин поверхні сфери з площиною

Лінія перетину сфери з площиною — завжди коло.

На рис. 34 наведений приклад перетину сфери з фронтально-проекціюючою площиною $\Sigma(\Sigma_2)$. Переріз — коло діаметра d ,

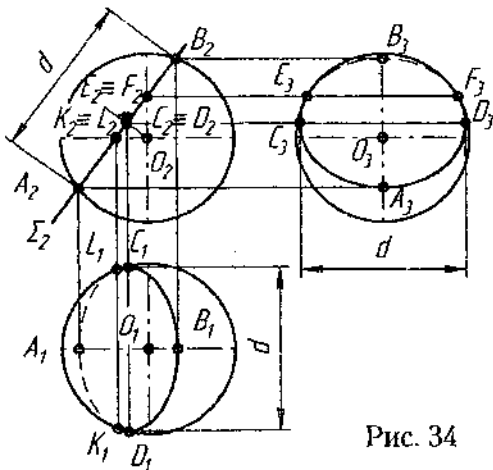


Рис. 34

проекція кола на площину Π_2 — відрізок прямої, який дорівнює діаметру d кола та належить сліду-проекції Σ_2 площини Σ , на площини Π_1 і Π_3 — еліпси. Великі осі кожного з них дорівнюють діаметру d кола перерізу, а величини малих осей залежать від кута нахилу площини Σ до відповідних площин проєкцій і визначаються за проєкційним зв'язком. Точки E і F та K і L — межі видимості кола на площинах Π_3 і Π_1 відповідно.

Побудова лінії перетину поверхонь площинами загального положення, як правило, виконується за допомогою перетворення

площини загального положення в проєкціюючу. Таким чином, розв'язання задачі спрощується і зводиться до випадків, які аналогічні розглянутим вище.

Завдання № 5. Перетин поверхонь з площиною. Одинарне проникнення

Завдання містить одну задачу.

Задача. За двома заданими проєкціями геометричного тіла побудувати третю.

Графічні умови задач наведені у табл. 12. Номери рисунків у таблиці співпадають з варіантами завдань.

Зразок виконання завдання № 5 наведений на рис. 35 на стор. 39.

Основні теоретичні відомості

Перетин поверхонь з площинами. Одинарне проникнення

Задача полягає в побудові трьох проєкцій геометричного тіла, яке обмежене граннюю чи криволінійною поверхнею. Геометричне тіло, яке задане двома проєкціями, перетинається наскрізним призматичним фронтально-проєкціюючим отвором.

Розглянемо розв'язання наведеної задачі на прикладі (рис. 36).

Задачу розв'язують методом повних перерізів за таким алгоритмом.

1. Аналізують форму поверхні, що обмежує геометричне тіло. На рис. 36 — це конічна поверхня. Отвір має форму чотирикутної фронтально-проєкціюючої призми.

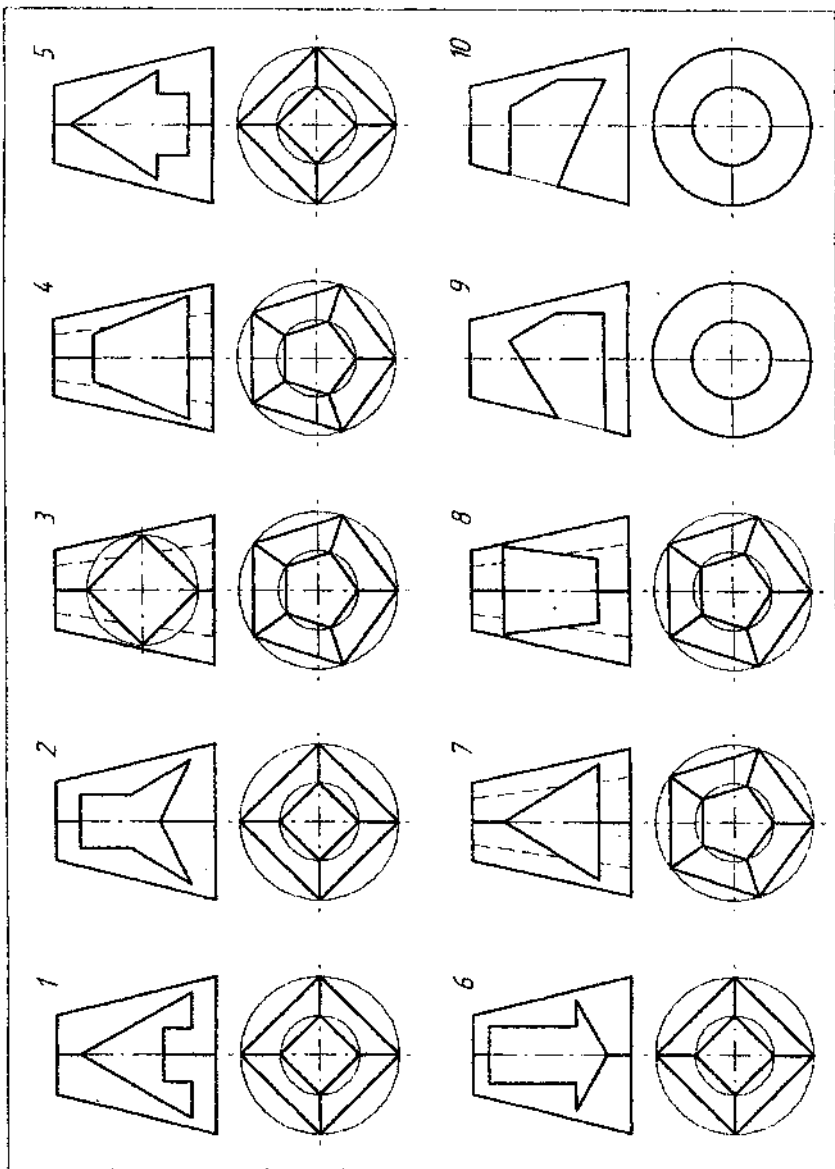
2. Через кожну грань призматичного отвору проводять допоміжну фронтально-проєкціюючу площину (Σ , Δ , Θ , Ω). Потім тонкою суцільною лінією будують повний переріз конічної поверхні допоміжною площиною.

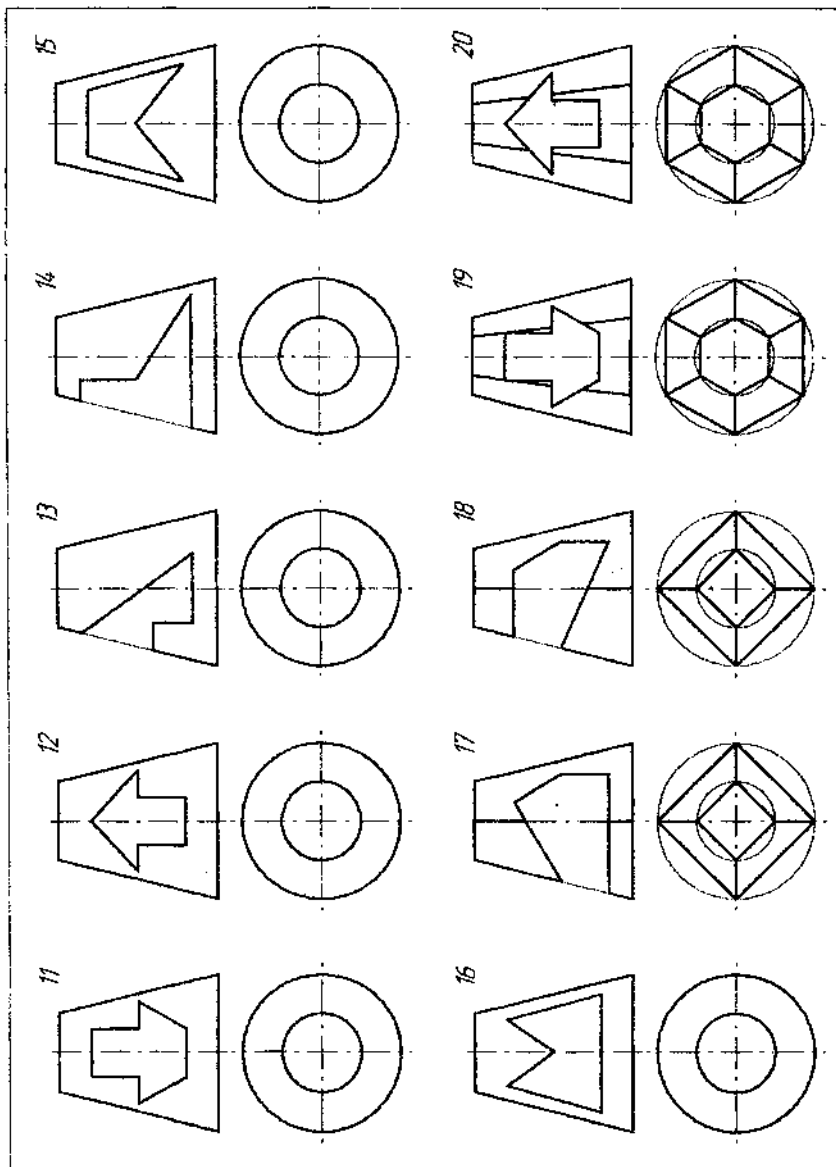
Проаналізуємо вигляд перерізів конічної поверхні кожної з чотирьох допоміжних площин.

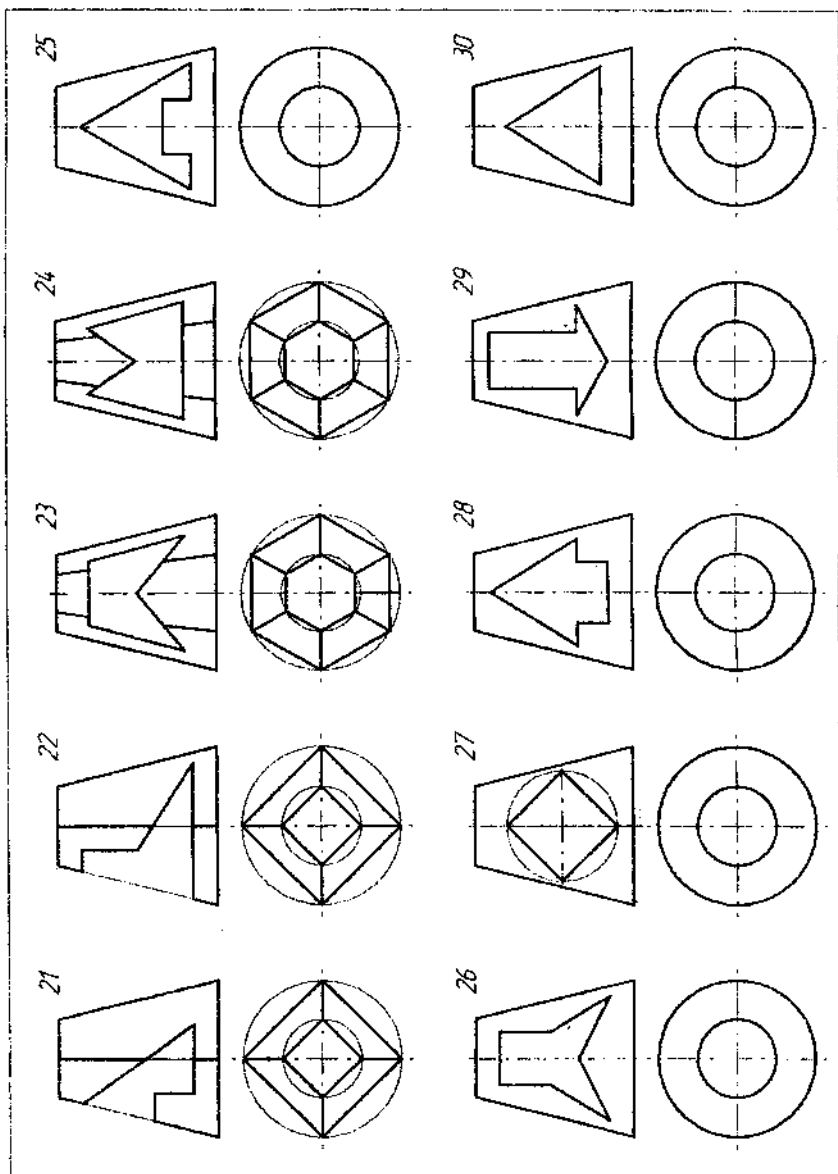
Повний переріз конічної поверхні горизонтальною площиною Σ дає коло радіуса $R=OI$, яке на Π_1 проєкціюється в натуральну величину, а на Π_2 і Π_3 — у горизонтальні відрізки, довжиною $2R$.

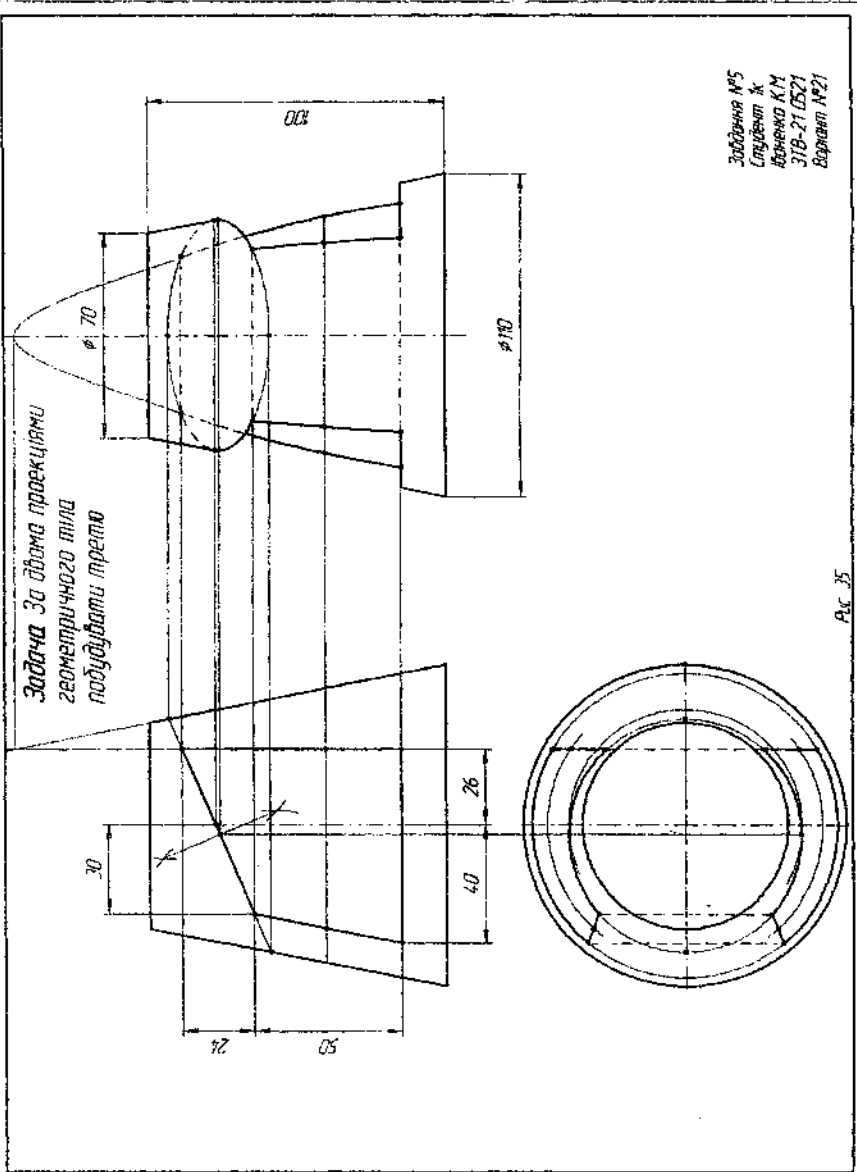
Графічні умови до завдання № 5

Таблиця 12









Задання №5
Студент: Я.
Адресно: К.М.
318-21 0521
Варіант №21

Рис. 35

Площина Θ , яка проведена через праву грань отвору, перетинає конічну поверхню по гіперболі. Щоб побудувати вершину V гіперболи, продовжують праву обрисну на P_2 твірну конуса до перетину з площиною Θ . Визначені також допоміжні точки $11, 12, 3, 4, 13$ і 14 , через які проходить гіпербола.

Площина Ω , яка проведена через ліву грань призматичного отвору, паралельна лівій твірній конуса. Вона перетинає конус по параболі. Оскільки побудова вершини параболі виходить далеко за межі рисунку, визначені допоміжні точки $1, 2, 9, 10, 15, 16, 17, 18, 19, 20$, через які проведено дуги параболі.

Побудовані лінії перерізів проведені тонкими суцільними лініями.

3. На повних перерізах конічної поверхні виділяють частини, які належать граням призматичної поверхні. Це дуги кола $1\ 3$ і $2\ 4$, що належать нижній грані, дуги еліпса $9\ 11$ і $10\ 12$, що належать верхній грані, дуги гіперболи $3\ 11$ і $4\ 12$, що належать правій грані та дуги параболі $1\ 9$ і $2\ 10$, що належать лівій грані отвору. Визначають їх видимість на кожній площині проєкцій. Видимі елементи позначають суцільною товстою основною лінією, невидимі — штриховою.

4. На обрисних твірних поверхні видаляють частини, що вирізані призматичним отвором. Це відрізки обрисних твірних конічної поверхні на P_3 , які обмежені точками 7 і 8 та нижньою гранню отвору.

5. Визначають ребра призматичної поверхні отвору. Це відрізки $1-2, 3-4, 9-10$ та $11-12$. На P_1 та P_3 вони невидимі, тому проведені штриховою лінією.

Завдання № 6. Перетин поверхонь площиною.

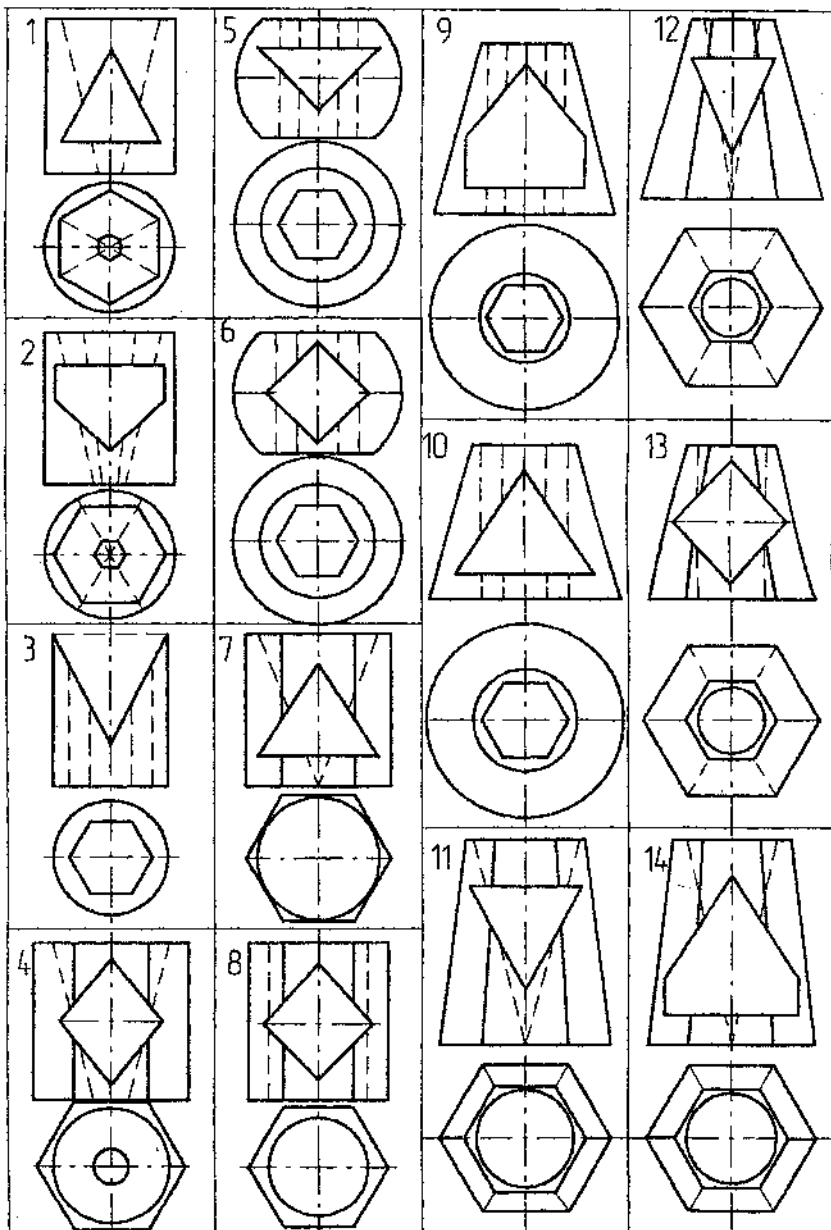
Подвійне проникнення

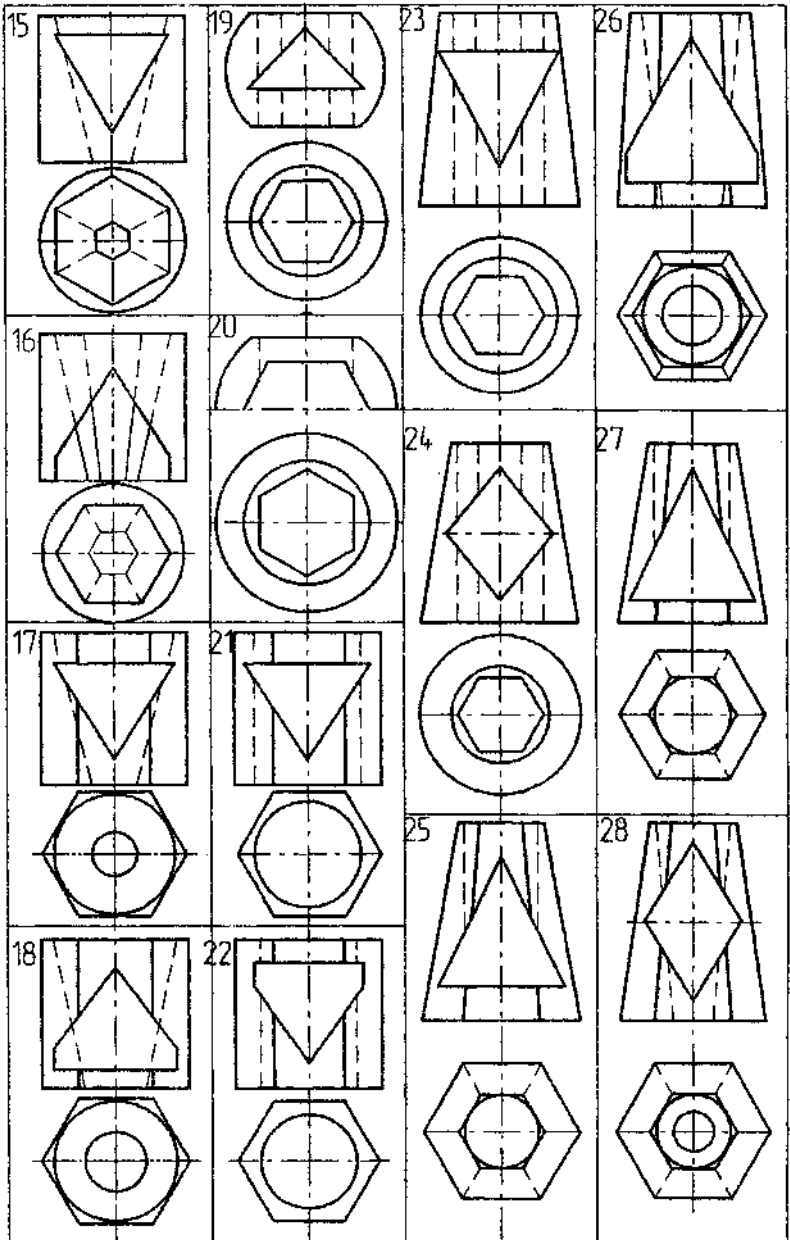
Завдання містить одну задачу.

Задача. За двома проєкціями геометричного тіла, що має вертикальний та горизонтальний отвори, побудувати третю та викопати корисні розрізи.

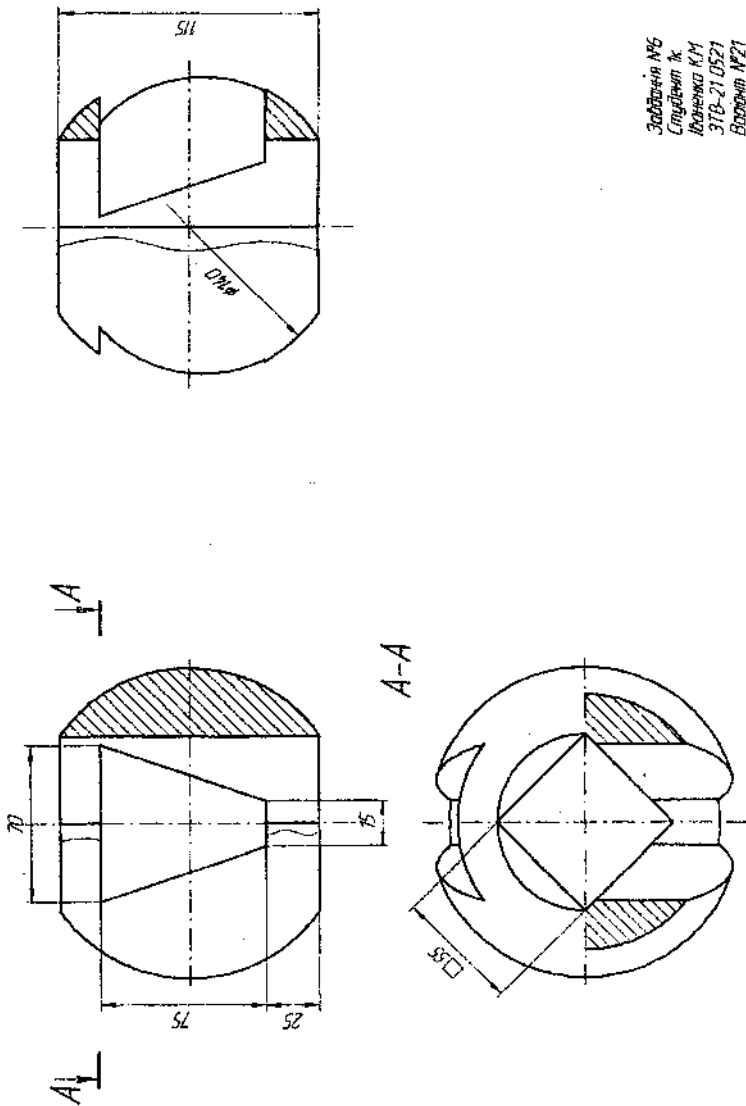
Графічні умови задач наведені у табл. 13. Номери рисунків у таблиці збігаються з варіантами завдань.

Зразок виконання завдання № 6 наведений на рис. 37 на стор. 44.





Задача. За двома проєкціями геометричного тіла, що має вертикальний та горизонтальний отвори, побудувати третю та виконати каргисні розрізи



Задача №6
Студент Ік
Іванюк К.М.
ЗТБ-21.0521
Варіант №21

Рис. 37

Основні теоретичні відомості **Зображення геометричних тіл складної форми**

Зображення на кресленнях виконують відповідно за ГОСТ 2.305-68. Для виявлення форми предмета на кресленні застосовують **шість основних виглядів**, що утворюються проєціюванням на грані куба: вигляд спереду (головний вигляд), вигляд зверху, вигляд зліва, вигляд справа, вигляд знизу, вигляд ззаду.

Вигляд — це зображення видимої спостерігачеві частини поверхні предмета (ДСТУ 3321-96).

Крім основних виглядів користуються **додатковими виглядами**, що утворюються проєціюванням на площини, що не паралельні основним площинам проєкцій, та **місцевими виглядами**, на яких показують обмежену частину поверхні предмета.

Для виявлення внутрішньої форми предмета на кресленнях застосовують **розрізи і перерізи**.

Розрізом називається зображення предмета, який умовно розсічений однією або кількома площинами. Частина предмета, що розміщена між спостерігачем і січною площиною, умовно відкидається. В розрізі показують те, що розміщене в січній площині і за нею. Фігура, що розташована у січній площині, називається **перерізом** і виділяється штриховкою.

Положення січної площини вказують розмікнутою лінією - слідом-проєкцією січної площини, перпендикулярно до якої креслять стрілки, що вказують напрям зору. Обидві стрілки позначають однією і тією ж великою літерою. Розріз надписують на кресленні, наприклад, А-А, Б-Б тощо (рис. 37).

Якщо січна площина збігається з площиною симетрії предмета і розріз розміщений в проєкційному зв'язку на відповідному основному вигляді, то положення січної площини не позначають і написом розріз не супроводжують.

Дозволяється на одному зображенні поєднувати половину розрізу з половиною вигляду, якщо обидва зображення симетричні відносно однієї і тієї ж осі, яка їх розділяє.

Якщо суцільна товста основна лінія зображення (наприклад, ребро) розташована на осі симетрії, між виглядом і розрізом проводять хвилясту лінію обриву.

Зображення на кресленні виконують в проєкційному зв'язку,

але лінії зв'язку не проводять, осі проекцій не показують. На кресленні наносять необхідні розміри.

Перетин поверхонь площинами. Подвійне проникнення

Розглянемо алгоритм розв'язання задачі на прикладі, що наведений на рис. 38.

1. Аналізують графічну умову задачі та встановлюють форму поверхонь, що обмежують геометричне тіло.

Зовнішня поверхня тіла — циліндрична, а внутрішня — поверхня правильної чотирикутної піраміди. Призматичний отвір має в нормальному перерізі форму рівнобічного трикутника.

2. Будують вигляд зліва без врахування ліній перетину.

3. Розв'язують зовнішню задачу: будують лінії перетину зовнішньої поверхні геометричного тіла з призматичним отвором.

Для цього застосовують метод повних перерізів та залишають частини ліній перетину, що належать граням отвору.

На вигляді зліва видаляють частини обрисних твірних циліндра, які вирізані призматичним отвором.

4. Планують виконання розрізів для розкриття форми внутрішньої поверхні. Так, на всіх трьох виглядах доцільно поєднати половину вигляду з половиною розрізу за допомогою тонкої хвилястої лінії, оскільки у даному випадку на всіх зображеннях геометричного тіла ребра піраміди розташовані на осях симетрії. Площина горизонтального розрізу має бути проведена по найширшій частині отвору або по найширшій частині зовнішньої поверхні. У даному випадку розріз виконаний по верхній грані отвору. Два інших розрізи утворені січними площинами, які збігаються з площинами симетрії зображень.

5. Розв'язують внутрішню задачу: визначають лінію перетину правильної чотирикутної піраміди з призматичним отвором. Оскільки грані поверхні перетинаються по ламаній лінії, достатньо визначити вершини ламаної та з'єднати їх відрізками прямих. Тому повний переріз побудований лише для площини Δ , а для решти — тільки вершини 2, 2', 3 і 3'.

На виглядах зверху та зліва видаляють частини ребер піраміди, які вирізані призматичним отвором.

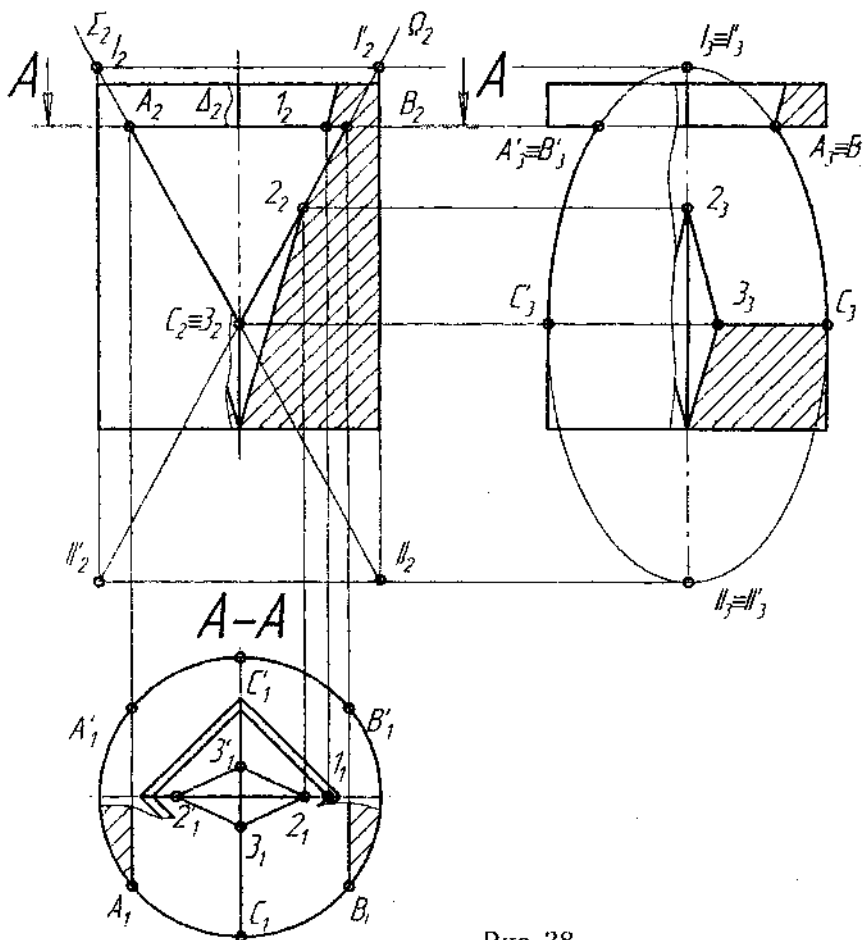


Рис. 38

6. Визначають ребра призматичного отвору — $A-A'$, $B-B'$, $C-3$ і $C'-3'$. Суцільною товстою лінією наводять видимі відрізки цих ребер.

7. Остаточно оформлюють розрізи. Виконуючи горизонтальний розріз, позначають положення січної площини $A-A$. Позначення фронтального та горизонтального розрізів не виконують. На всіх зображеннях наносять розміри та штриховку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна та комп'ютерна графіка. — К.: Каравела, 2003.
2. Бубенников А.В., Громов М.Я. Начертательная геометрия. — М.: Высш.шк., 1973.
3. Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии. — М.: Высш.шк. 1970.
4. Хаскін А.М. Креслення. — К.: Вища шк., 1976.
5. Учебні завдання з нарисної геометрії та інженерної графіки /Уклад. Н.К.Віткуп, М.Д.Бевз. В.В.Ванін та ін: — К., 2004.

Навчальне видання

**Методичні вказівки і контрольні завдання
з курсів “Нарисна геометрія” та “Інженерна графіка”
для студентів заочної форми навчання
теплоенергетичного факультета**

**Укладачі: Білицька Надія Василівна
Гетьман Олександра Георгіївна**

**Відповідальний редактор: Допіра Ганна Георгіївна
Рецензент: Гнітецька Галина Омелянівна**

Підписано до друку 18.05.2005. Формат 60х84^{1/16}
Гарнітура Times. Папір офсетний.
Друк офсетний. Наклад 300. Ум. друк. арк. 2,8. Зам. № 25-2631

Надруковано у Видавничо-поліграфічному центрі “Київський університет”
01601, Київ, б-р Т. Шевченка, 14, ☎ 239 3128
Свідоцтво внесено до державного реєстру ДК № 1103 від 31.10.02.