

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КІЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

**НАВЧАЛЬНІ ЗАВДАННЯ
З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ
ТА ІНЖЕНЕРНОЇ ГРАФІКИ**
ДЛЯ ПРОГРАМОВАНОГО НАВЧАННЯ
Навчальний посібник
для студентів немеханічних спеціальностей

Рекомендовано
Вченю радою ФМФ
18.06.2013 протокол № 4

Київ — 2015

В.В. Ванін, Н.В. Білицька, О.Г. Гетьман, Н.В. Міхлевська. Нарисна геометрія та інженерна графіка. Навчальні завдання для програмованого навчання. Навчальний посібник для студентів немеханічних спеціальностей.— К.: НТУУ “КПІ”, 2015. — 64 с.

В навчальному посібнику представлені короткі теоретичні відомості, домашні та аудиторні завдання по всіх темах дисципліни “Інженерна графіка”, які передбачені навчальною програмою цієї дисципліни.

Відповідальний редактор: О.О. Голова, канд.техн.наук, доц.

Рецензенти: В.О. Анпілогова, канд.техн.наук, проф.
О.Т. Башта, канд.техн.наук, проф.

Цей навчальний посібник призначений для студентів, які вивчають курс нарисної геометрії за скороченою програмою.

Нарисна геометрія належить до дисциплін, що складають основу інженерної освіти. У цьому курсі вивчають методи зображення просторових форм на площині та способи графічного розв'язання позиційних та метричних задач за плоскими зображеннями об'єктів. Крім того, вивчення нарисної геометрії сприяє розвитку просторового уявлення, яке є необхідним для творчої діяльності будь-якого інженера. Тому засвоєння основ нарисної геометрії студентами має велике значення для їх наступної інженерної діяльності.

Посібник складений з урахуванням методичних посібників кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки НТУУ “КПІ”: “Навчальні завдання з нарисної геометрії”./Уклад. О.М.Крот, Л.В.Петіна, М.С.Гумен; “Навчальні завдання з інженерної графіки” /Уклад. М.Д.Бевз, В.В.Ванін, Н.К.Віткуп; “Методичні вказівки і контрольні завдання з курсів “Нарисна геометрія” та “Інженерна графіка” /Уклад. Н.К.Віткуп, Н.А.Парахіна, Л.Д.Чорнощокова, а також з урахуванням посібника “Інженерна графіка” авторів В.В.Ваніна, В.В.Перевертун, Т.М.Надкерничної та ін.

Вивчення курсу здійснюється згідно з робочою програмою дисципліни. Для полегшення засвоєння матеріалу з кожної теми в скороченому вигляді надається теоретичний матеріал, необхідний для розв'язання практичних задач.

Передбачається, що післяожної лекції студент самостійно виконує прості завдання (*Домашні завдання*) з теми, контролюючи засвоєння матеріалу, а в аудиторії на практичних заняттях під наглядом викладача розв'язує основні задачі (*Аудиторні завдання*) для повного засвоєння матеріалу.

Всі графічні побудови виконуються студентами безпосередньо на сторінках посібника за допомогою креслярських інструментів простим олівцем, результат розв'язання задач виділяється червоним олівцем. Написи виконуються креслярським шрифтом простим олівцем.

Для закріплення засвоєного матеріалу студенти самостійно виконують розрахунково-графічну роботу, що містить 5 індивідуальних завдань, умови яких за варіантами наведені у кінці посібника. Ці завдання виконуються на аркушах креслярського паперу формату А3 простим олівцем за допомогою креслярських інструментів згідно з вимогами стандартів.

У курсі прийняті такі позначення та умовності:

- точки позначають великими літерами латинського алфавіту A, B, C, \dots , а також цифрами $1, 2, 3, \dots$;
- прямі та криві лінії — малими літерами латинського алфавіту a, b, c, \dots ;
- площини — великими літерами грецького алфавіту $\Pi, \Delta, \Theta, \Sigma, \dots$;
- кути — малими літерами грецького алфавіту $\alpha, \beta, \gamma, \dots$.

Будемо позначати α — кут нахилу прямої та площини до горизонтальної площини проекцій Π_1 ; β — кут нахилу прямої та площини до фронтальної площини проекцій Π_2 ; γ — кут нахилу прямої та площини до профільної площини проекцій Π_3 . Інші кути позначають $\phi, \psi, \delta, \dots$

Проекції точок, ліній та площин позначають такими ж літерами, як і самі об'єкти, але з індексами площин проекцій, на яких побудоване зображення $A_1, B_1, C_1, \dots; A_2, B_2, C_2, \dots; A_3, B_3, C_3, \dots$

Для відображення співвідношення між геометричними об'єктами застосовуються такі символи:

\parallel — паралельність;

\square — прямий кут;

\cap — перетин;

\in — належність точки до іншого об'єкту;

\circlearrowright — дотик;

\subset — належність решти елементів (ліній,...)

\circ — мимобіжність;

до іншого об'єкту;

\perp — перпендикулярність;

$=$ — результат дії;

\cup — з'єднання точок;

$=$ — збіг геометричних об'єктів і проекцій.

Приклад умовного запису: $K = l \cap \Delta$.

Запис означає, що точка K є точкою перетину прямої l з площиною Δ .

Тема 1. Проекціювання точки та прямої

Основні теоретичні відомості

Проекціювання точки

Модель проекціювання точки

Комплексний кресленик точки

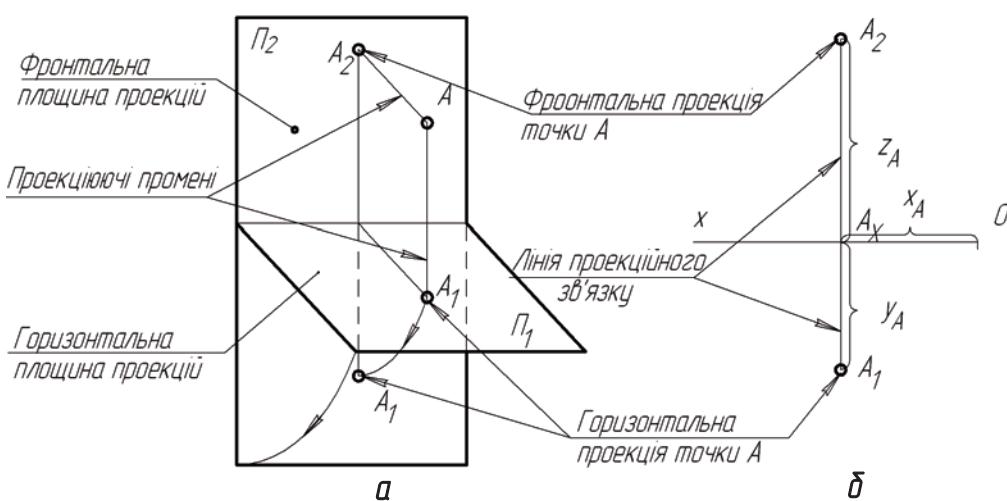


Рис. 1

Припускаємо, що площини проекцій суміщені з координатними. Зображення точки виконується за її визначником. **Визначник** точки, що розташована в просторі, — координати x, y, z .

Умовний запис визначника точки A : $A(x, y, z)$. Наприклад, точка A має координати $x = 20$ мм, $y = 25$ мм, $z = 30$ мм. Її визначник: $A(20, 25, 30)$.

Проекцією точки називається точка перетину проекціючого променя з площею проекцій. Плоский рисунок одержують суміщенням горизонтальної Π_1 та профільної Π_3 площин проекцій з фронтальною Π_2 площиною проекцій за допомогою обертання навколо ліній їх перетину, які називають осями проекцій.

Комплексним креслеником точки називається сукупність проекцій точки, які з'єднані лініями проекційного зв'язку. Лінія проекційного зв'язку завжди перпендикулярна до осі проекцій, що розділяє площини проекцій, на яких побудовані зображення.

Для побудови кресленика точки A за її визначником (рис. 1 б) фіксуємо значення x_A вздовж осі x та проводимо вертикальну лінію зв'язку, на якій відкладаємо догори z_A , а донизу y_A .

Результатом читання комплексного кресленика є знаходження графічного визначника об'єкта та його метричних і позиційних характеристик. Визначником точки на рисунку є сукупність двох проекцій точки $A(A_1, A_2)$, або $A(A_2, A_3)$. Кожна проекція точки визначається двома координатами: $A_1(x_A, y_A)$, $A_2(x_A, z_A)$, $A_3(y_A, z_A)$, а будь-які дві проекції надають інформацію про всі три координати.

На рис. 2 наведені приклади рисунків точок, що належать простору, площині або осі проекцій.

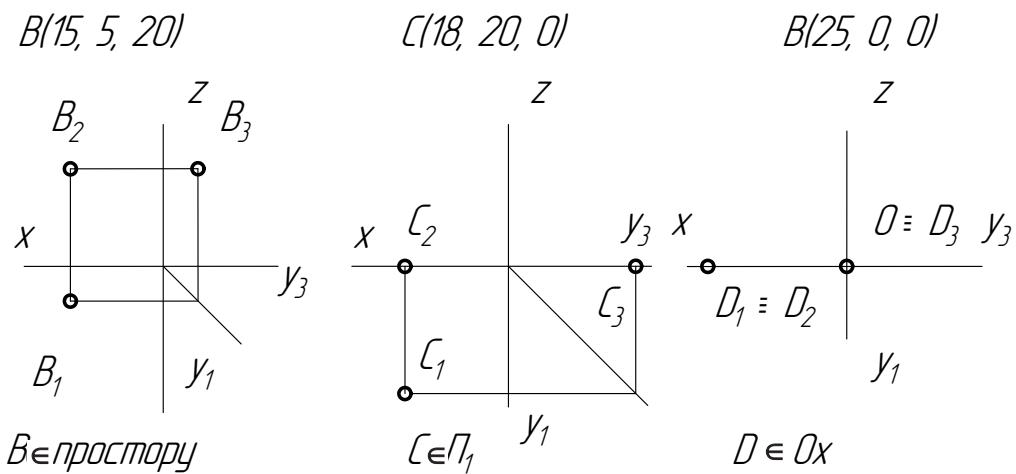


Рис. 2

Проекціювання прямої

Пряма задається у просторі променем або відрізком. **Визначником** прямої у просторі є дві точки. Умовний запис визначника прямої: $AB(A, B)$. На комплексному кресленику пряма може бути визначена таким чином: $AB(A_1B_1, A_2B_2)$, або $l(l_1, l_2)$ (рис. 3).

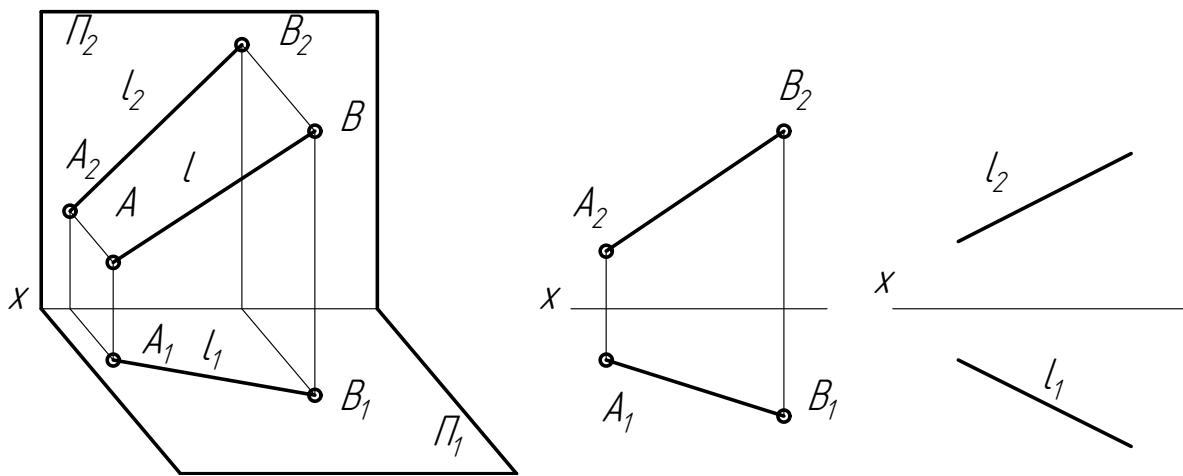


Рис. 3

В залежності від розташування відносно площин проекцій прямі розподіляються на прямі загального положення (рис.3), та прямі окремого положення. Пряма, що довільно розташована по відношенню до площин проекцій, називається прямою загаль-

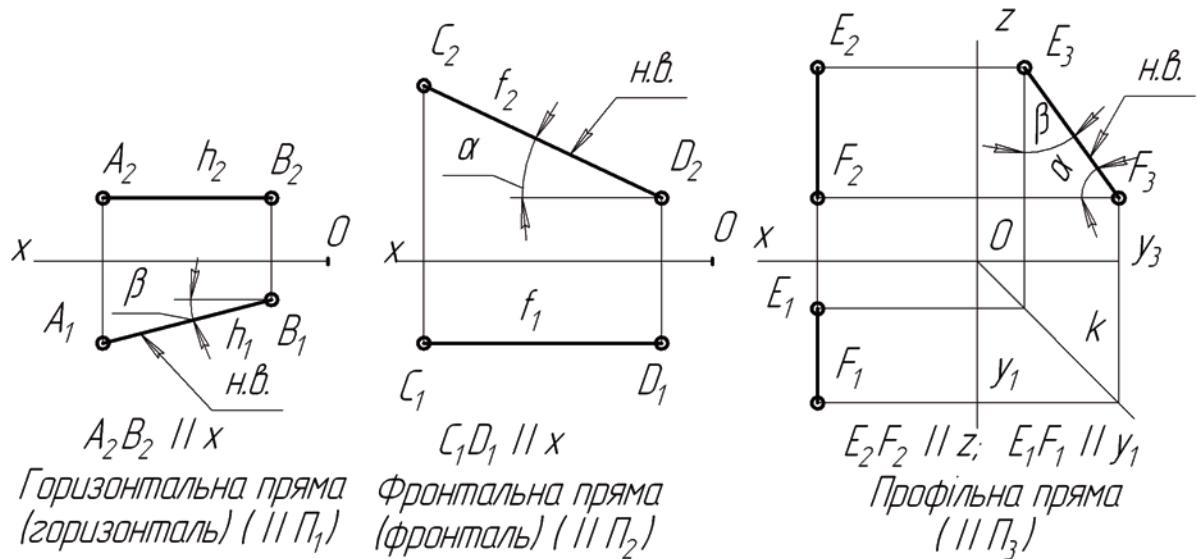


Рис. 4

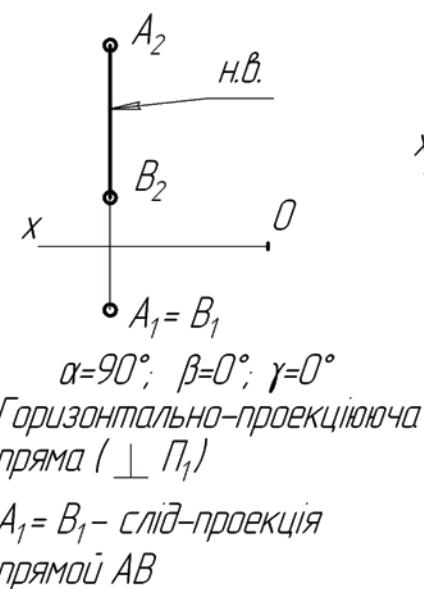
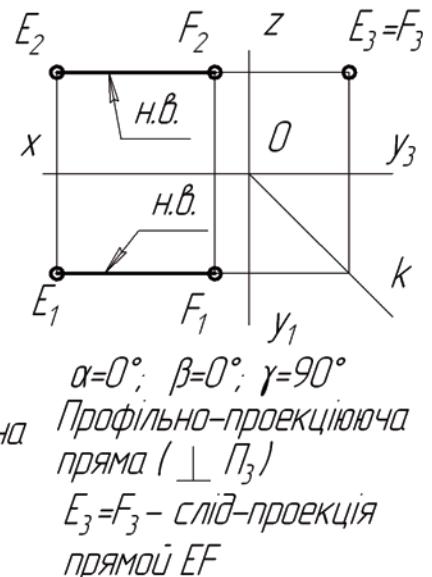


Рис. 5



6

ного положення. Прямі окремого положення, які паралельні до однієї з площин проекцій, називаються **прямими рівня** (рис. 4), а ті, які перпендикулярні до площини проекцій, називають **проекціоочими** (рис.5).

Якщо точка належить прямій, то її проекції належать одноіменним проекціям цієї прямої і навпаки (рис. 6).

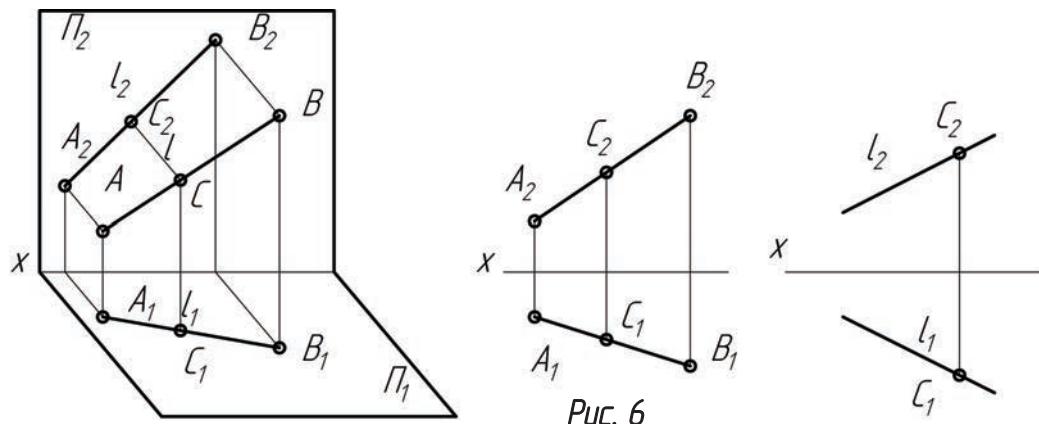


Рис. 6

На креслениках прямих окремого положення визначаються натуральні величини відрізків прямих та кути їх нахилу до площин проекцій. Прямі загального положення проекціюються на площини проекцій спотворено, тому їх кресленики не надають такої інформації. Для визначення натуральних величин відрізків прямих загального положення та кутів їх нахилу до площин проекцій застосуємо метод заміни площин проекцій.

Перетворення прямої загального положення в пряму окремого положення методом заміни площин проекцій

Розв'язання багатьох задач можна значно спростити, якщо розглянути задані об'єкти в іншій системі площин проекцій. Перехід від однієї системи площин проекцій до іншої здійснюється відповідно загальним положенням методу заміни площин проекцій.

Розглянемо основні принципи цього методу на прикладі перетворення проекцій точки.

Нехай дана система площин проекцій Π_2 / Π_1 . Введемо нову площину проекцій

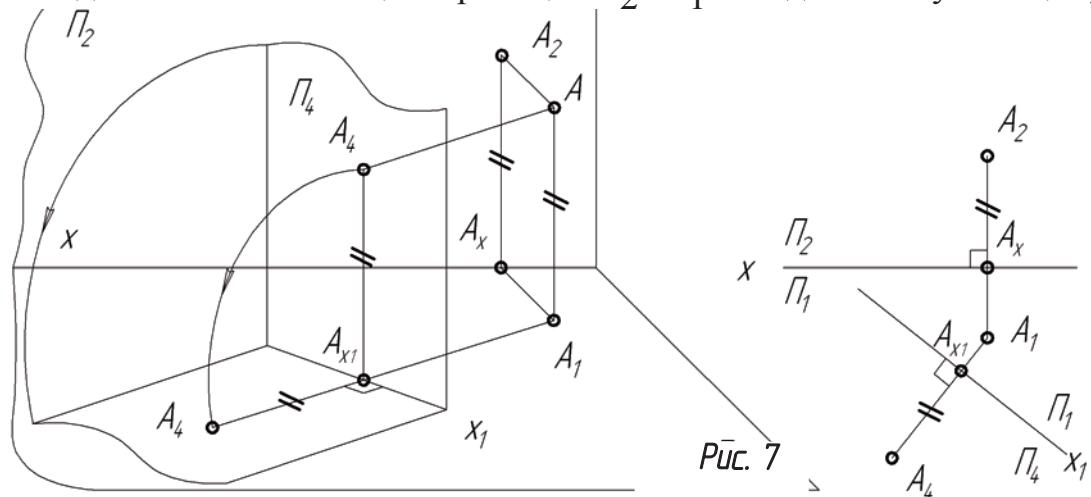


Рис. 7

Π_4 так, щоб $\Pi_4 \perp \Pi_1$. Переходимо до системи площин проекцій Π_1/Π_4 (рис.7). При цьому $A_2A_x = AA_1 = A_4A_{x_1} = z_A$.

На рис. 7 нова вісь x_1 , яка є результатом перетину площин проекцій Π_1 та Π_4 , розташована довільно.

Основні положення методу заміни площин проекцій

1. Вводимо завжди тільки одну нову площину проекції (Π_4), яка має бути перпендикулярною до тієї площини проекції (Π_1), що залишається в системі.

2. На рисунку з'являється нова вісь x_1 як результат перетину нової площини проекції Π_4 та площини проекції Π_1 , що залишається в системі.

3. Відстань від нової проекції точки (A_4) до нової осі (x_1) дорівнює відстані від проекції точки, що замінюється (A_2), до попередньої осі (x). Тобто, при заміні фронтальної площини проекції незмінною є координата z , а при заміні горизонтальної площини проекції Π_1 на Π_5 — координата y .

4. Проекція точки у новій системі площин проекцій розташована на лінії зв'язку, яка перпендикулярна до нової осі проекції.

Методом заміни площин проекцій розв'язуються задачі на визначення натуральних величин відрізків прямих, плоских фігур, кутів тощо.

Визначення довжини відрізка прямої загального положення та кутів нахилу α та β , які пряма утворює з площинами проекцій Π_1 та Π_2 .

1. Перетворити пряму загального положення в пряму рівня.

Нехай в системі площин проекцій Π_2/Π_1 задана пряма загального положення AB . Перетворимо її в лінію рівня. Для цього введемо нову площину проекції Π_4 паралельно до заданій прямій AB ($\Pi_4 \parallel AB, x_1 \parallel A_1B_1$) (рис.8). На площині проекції Π_4

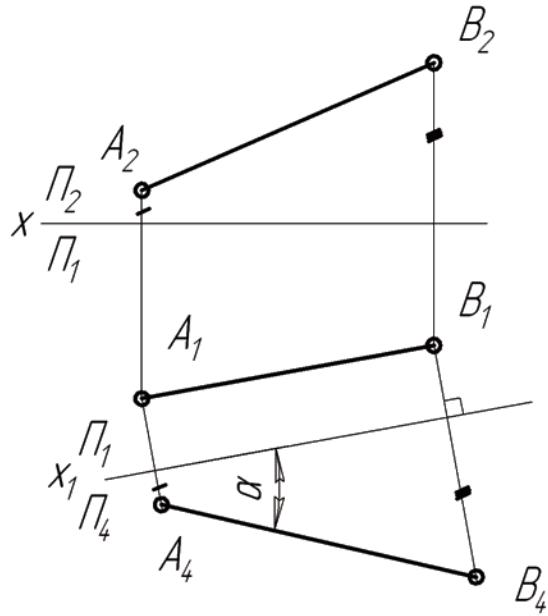


Рис.8

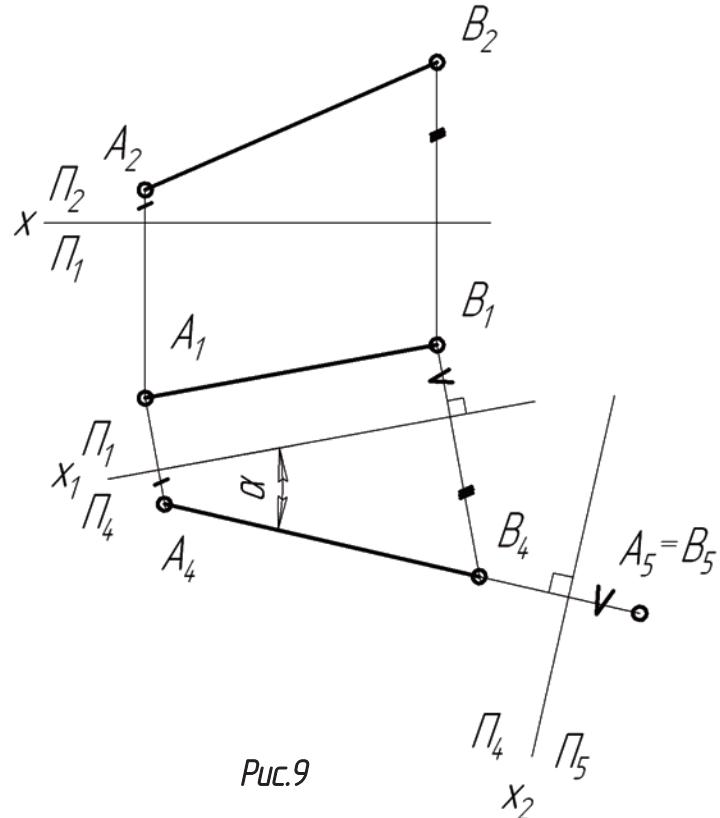


Рис.9

показаний кут α нахилу прямої AB до Π_1 . Довжина відрізка A_4B_4 дорівнює натуральній величині відрізка AB (рис.8).

Для визначення кута β нахилу прямої до Π_2 необхідно здійснити іншу заміну площин проекцій. Вводимо $\Pi_5 \perp \Pi_2$ та $\Pi_5 \parallel AB$, ($x_2 \parallel A_2B_2$).

2. Перетворити пряму загального положення в проекціючу.

Послідовною заміною двох площин проекцій виконуються такі дії:

- перетворюємо пряму загального положення в пряму рівня (див.п.1);
- лінію рівня перетворюємо в проекціючу пряму.

Після перетворення прямої загального положення в пряму рівня нову площину проекцій вибираємо перпендикулярно до лінії рівня. Тоді в системі площин проекцій Π_4/Π_5 пряма AB буде проекціючою. На епюрі вісь x_2 нової системи площин проекцій проводимо під прямим кутом до проекції A_4B_4 прямої на ту площину проекцій, якій пряма паралельна (рис.9).

Взаємне розташування двох прямих

Дві прямі у просторі можуть перетинатися, бути паралельними або мимобіжними.

Паралельні прямі належать одній площині та не мають жодної спільної точки. Одноіменні проекції паралельних прямих також паралельні (рис.10).

Прямі, що перетинаються, також належать площині, але мають одну спільну точку. Їх проекції перетинаються, а точки перетину одноіменних проекцій знаходяться у проекційному зв'язку (рис.11).

Мимобіжні прямі не належать одній площині. Проекції мимобіжних прямих можуть перетинатися, але між точками перетину проекцій немає проекційного зв'язку (рис.12).

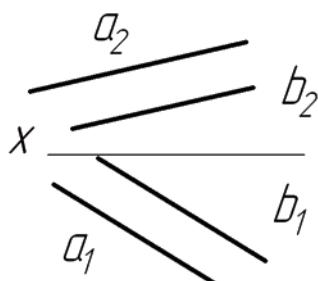


Рис.10

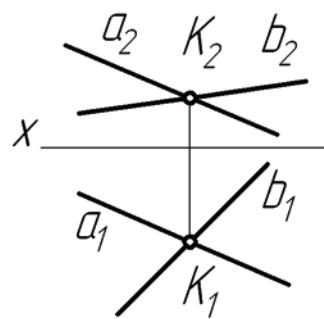


Рис.11

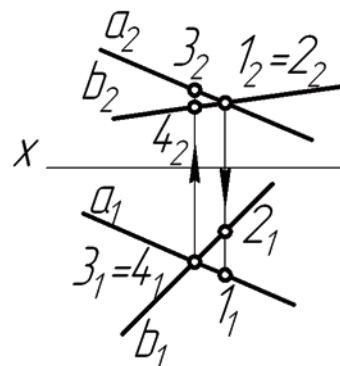


Рис.12

В цьому випадку точки перетину проекцій — це проекції двох різних точок, що знаходяться на одному проекціючому промені. Наприклад, точки 1 і 2 знаходяться на одному фронтально-проекціючому промені, а 3 і 4 — на одному горизонтально-проекціючому. Такі точки називаються **конкуруючими**. Вони застосовуються для визначення видимості геометричних об'єктів.

Домашні завдання

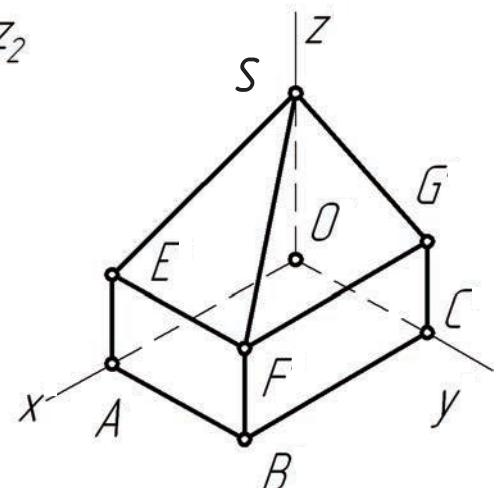
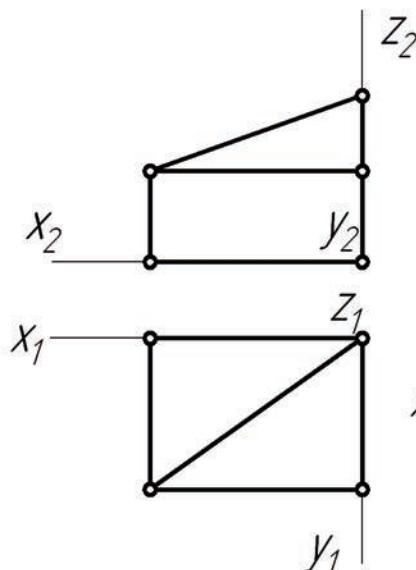
1. Визначити кількість вершин заданої фігури:

$$n_B =$$

та кількість її ребер:

$$n_p =$$

Позначити літерами вершини фігури згідно з її наочним зображенням.



2. Побудувати комплексні кресленики точок $A(25, 5, 30)$ та $B(5, 15, 10)$. Визначити натуральну величину відрізка AB прямої та кути її нахилу до Π_1 та Π_2

$$AB =$$

$$\alpha =$$

$$\beta =$$

3. Визначити довжину ламаної лінії $ABCDE$ ____ мм.

$$AB =$$

$$BC =$$

$$CD =$$

$$DE =$$

Виміряти координати точок A , X і D та записати їх визначники

$$A(\quad , \quad , \quad)$$

$$D(\quad , \quad , \quad).$$

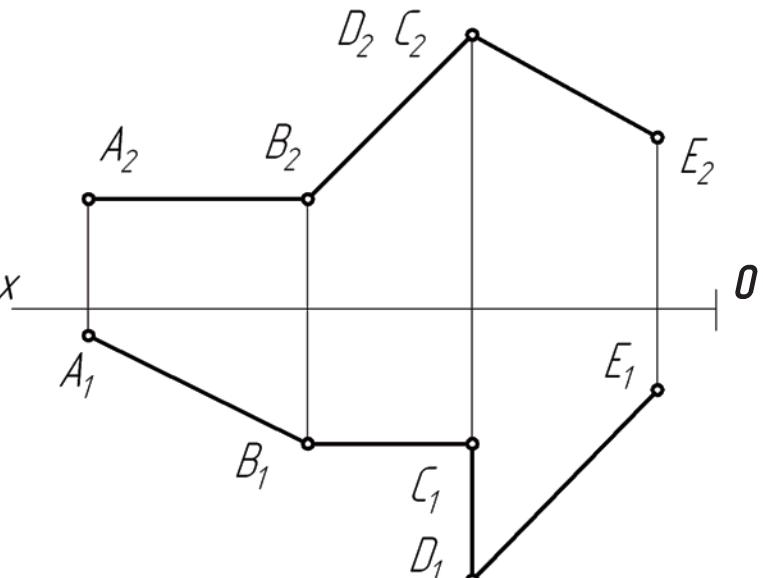
Визначити та записати положення прямих AB , BC , CD , DE відносно площин проекцій:

$$AB -$$

$$BC -$$

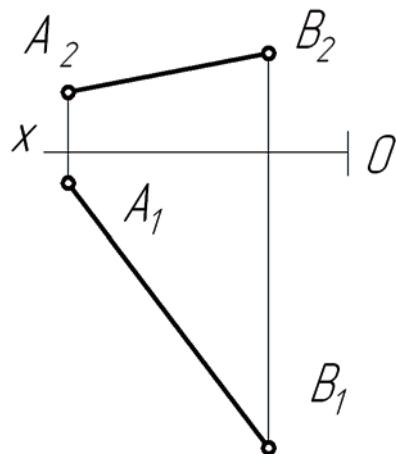
$$CD -$$

$$DE -$$



4. Розділити відрізок AB точкою C
у співвідношенні

$$\frac{AC}{CB} = \frac{2}{3}$$



Аудиторні завдання

5. На прямій l побудувати відрізок AB довжиною
25 мм.

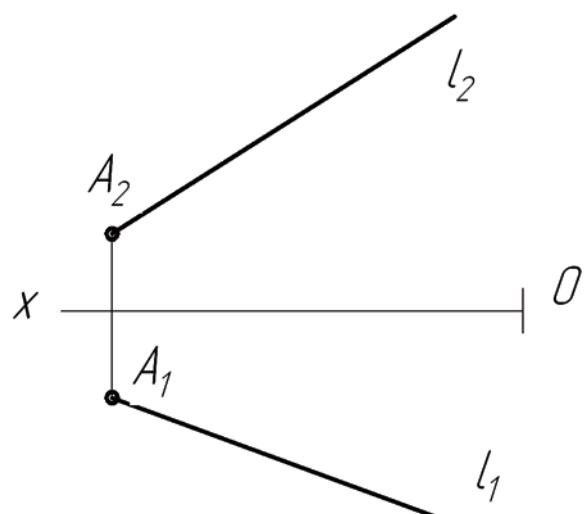
Записати визначники точок A та B .

$$A(\quad , \quad , \quad)$$

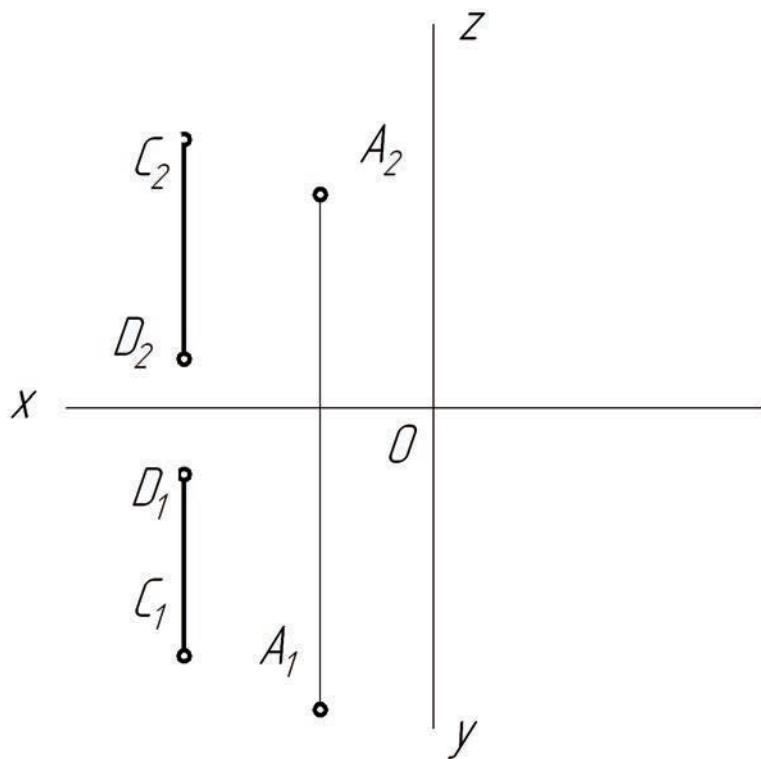
$$B(\quad , \quad , \quad)$$

Визначити кут нахилу відрізка AB до
площини проекцій Π_I

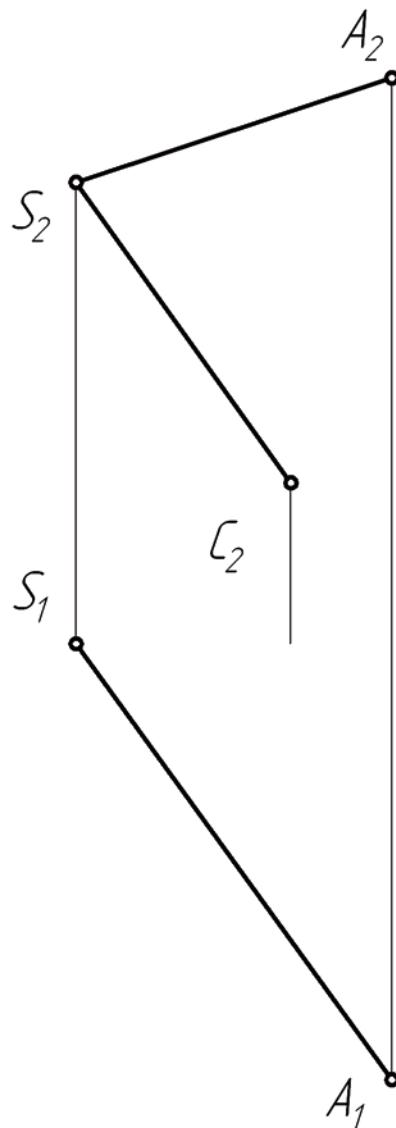
$$\alpha =$$



6. Добудувати відсутні проекції про-
фільної прямої AB , що паралельна до пря-
мої CD .



7. Побудувати піраміду $SABC$, у якої $SB \parallel \Pi_1$, $\angle BAP_2 = 30^\circ$ і дорівнює 60 мм, а $SC \parallel \Pi_2$. Визначити видимості ребер піраміди.



Тема 2. Площа

Основні теоретичні відомості

Площина загального та окремого положення

Площа в просторі нескінчена. Проекція площини в загальному випадку — все поле площини проекцій. Положення площини у просторі задають три точки, які не належать одній прямій.

Таким чином, **визначник площини** — три точки $\Sigma(A,B,C)$. Площину можна задати також і деякими іншими способами (рис. 13). Так, площа Γ задана проекціями плоскої фігури (ΔKLM), площа Δ — двома паралельними прямыми m і n , площа Θ — двома прямыми c і d , що перетинаються, площа Λ — двома лініями рівня f і h , що перетинаються, площа Ω — прямою l та точкою D , що не належить l .

$\Sigma(A,B,C)$ $\Gamma(\Delta KLM)$ $\Delta(m \parallel n)$ $\Theta(c \cap d)$ $\Lambda(f \cap h)$ $\Omega(D, l)$

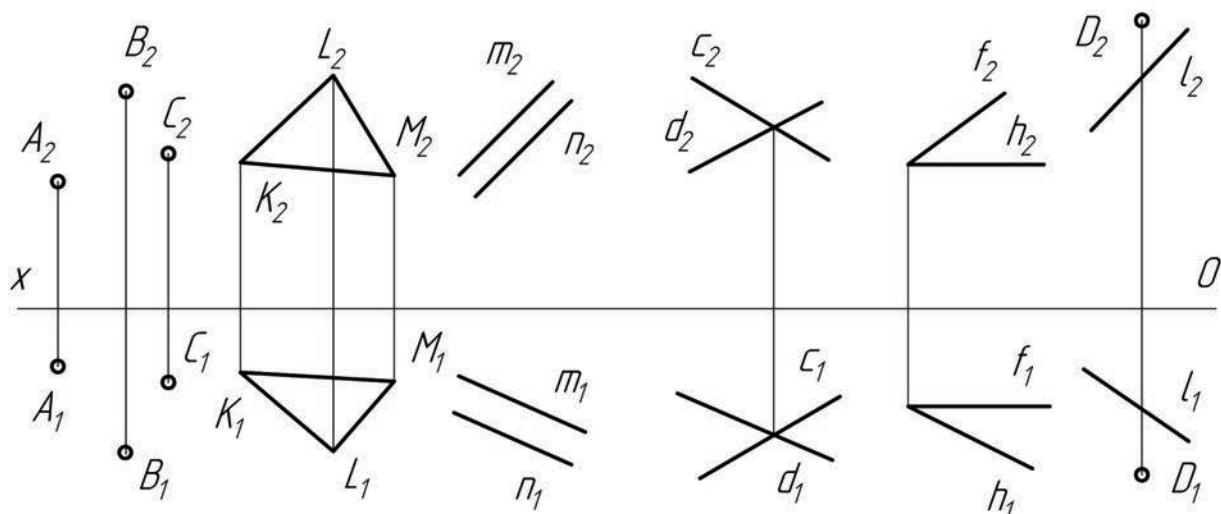


Рис. 13

В залежності від розташування відносно системи площин проекцій площа розділяються на площани загального та окремого положень.

Площани загального положення не паралельні та не перпендикулярні до жодної з площин проекцій (рис. 13).

Серед площин окремого положення виділяють **площани рівня**, які паралельні до одної з площин проекцій (рис. 14), та **проекціюючі площини**, які перпендикулярні до одної з площин проекцій (рис. 15).

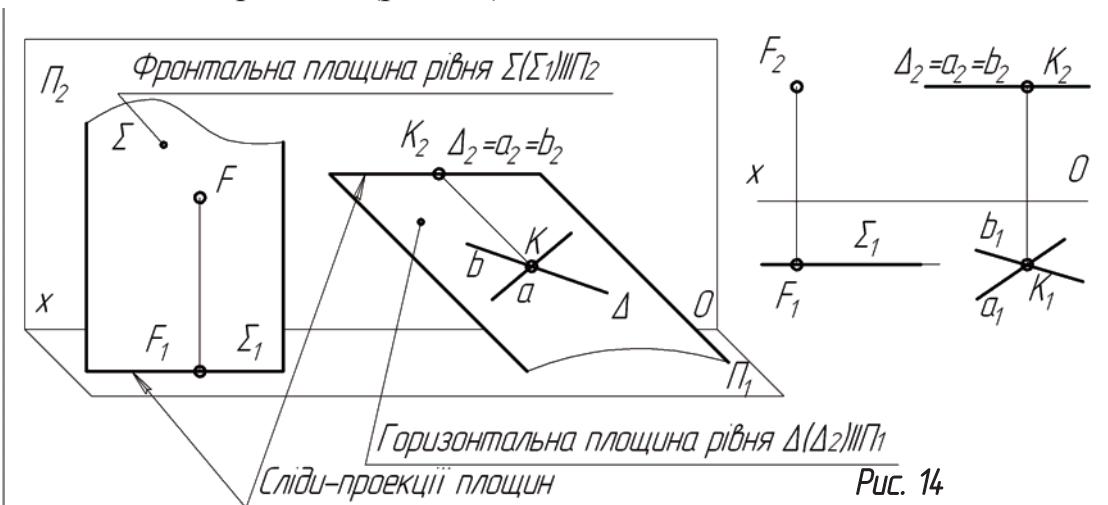


Рис. 14

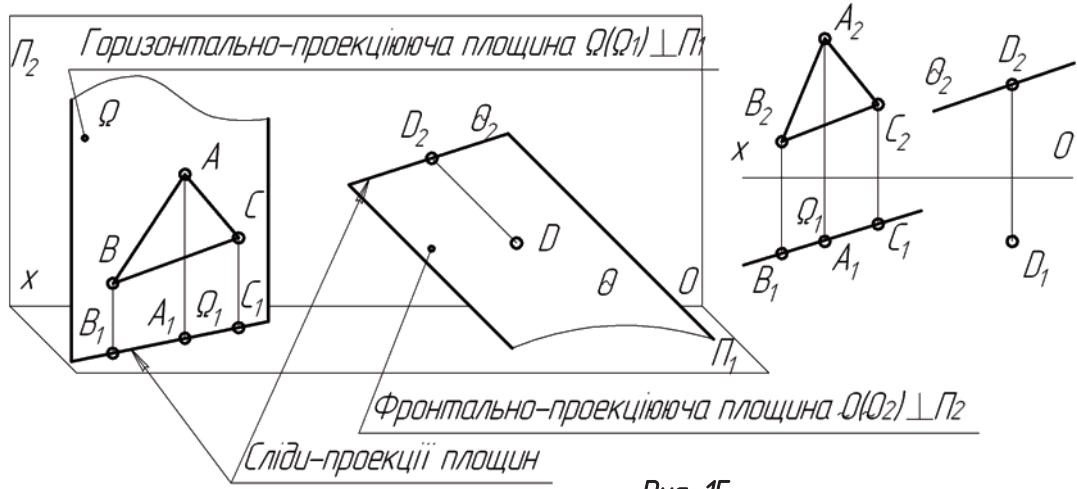


Рис. 15

Площини окремого положення на епюрі можуть задаватися однією лінією — слідом-проекцією. **Слід-проекція площини** — це водночас і лінія перетину (слід) площини окремого положення з площею проекцій, і проекція цієї площини на площину проекцій. Слід-проекція площини окремого положення має збиральні властивості, тобто всі геометричні об'єкти (точки, прямі, плоскі криві, плоскі фігури), що належать площині окремого положення, проекціються на її відповідний слід-проекцію.

Точки та прямі в площині. Умови належності

Пряма належить площині (рис.16):

- якщо вона проходить через дві точки цієї площини;
- якщо вона проходить через одну точку цієї площини і паралельна до прямої, яка належить цій площині.

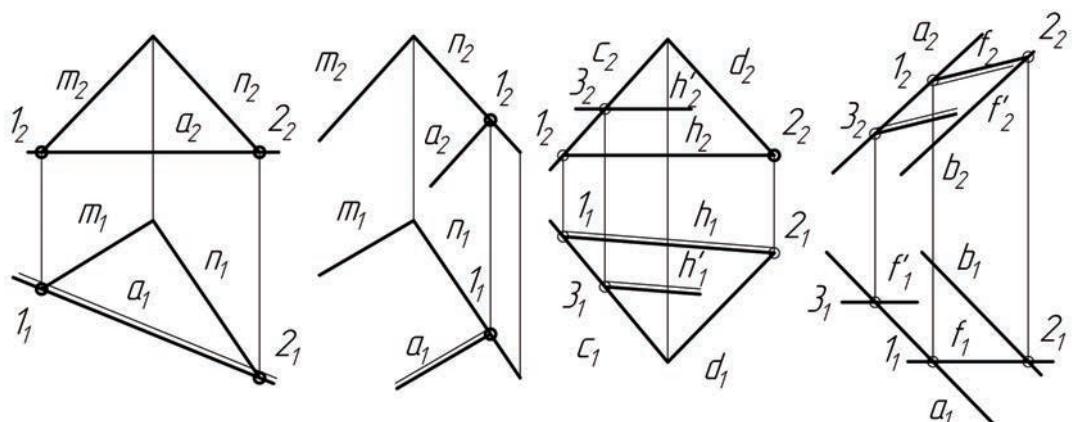
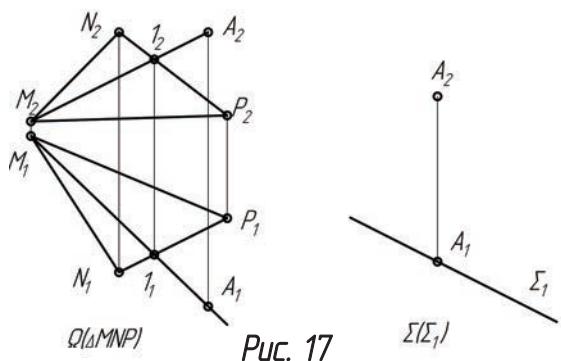


Рис. 16



Точка належить площині, якщо вона належить прямій, яка належить цій площині (рис.17).

Перетворення площини методом заміни площин проекцій

Виконуючи перетворення площини загального положення в проекцію її можна визначити кути її нахилу до площин проекцій, а перетворення площини загального положення в площину рівня дає можливість отримати натуральну величину геометричних елементів, що належать цій площині.

Перетворення площини загального положення $\Sigma(\Delta ABC)$ в проекцію її

Для переходу від системи площин проекцій P_2/P_1 до системи P_1/P_4 , в якій $\Sigma \perp P_4$, достатньо, щоб довільна горизонталь h площини Σ була перпендикулярна до P_4 . Тоді в системі площин проекцій P_1/P_4 горизонталь h буде проекцією прямою, а сама площаина на P_4 буде представлена слідом-проекцією. Розташуємо $x_1 \perp h_1$.

На площині P_4 будують проекцію h_4 горизонталі h (проекції точок C і I на площину P_4 збігаються тому, що мають однакову координату z), потім будують проекцію довільної точки площини Σ , (на рис. 18 — проекція B_4 точки B). Слід-проекція Σ_4 площини проводиться через h_4 і B_4 .

В даному перетворенні визначається кут α нахилу площини Σ до площини проекції P_1 . Це кут між слідом-проекцією площини Σ_4 і віссю x_1 .

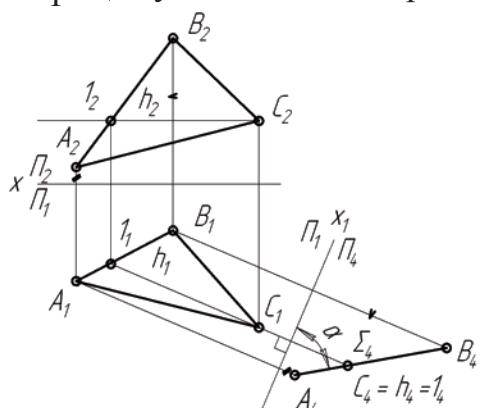


Рис.18

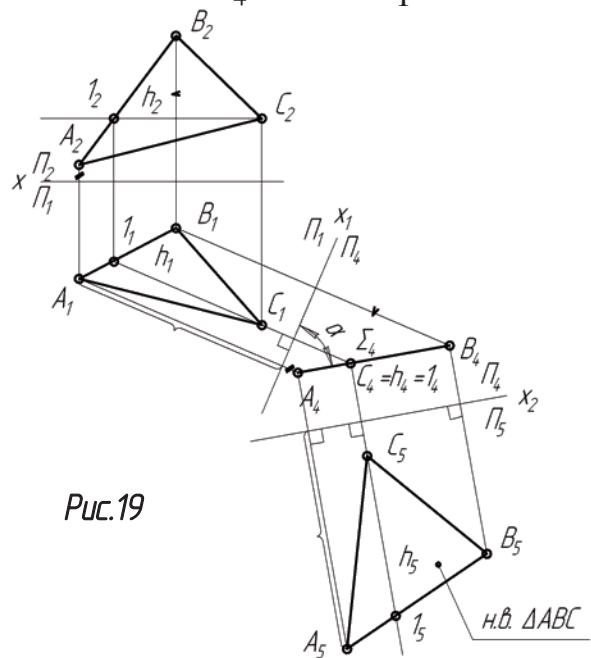


Рис.19

Перетворення цієї ж площини в проекцію її за допомогою фронталі дозволяє визначити кут β нахилу площини до P_2 .

Перетворення площини загального положення в площину рівня.

Це перетворення розглянуто на прикладі площини загального положення $\Sigma(\Delta ABC)$. Послідовно заміною двох площин проекцій виконуємо такі дії:

- перетворюємо площину загального положення в проекцію її площину (рис.19);
- проекцію її площину перетворюємо в площину рівня.

Після перетворення площини загального положення в проекцію її систему площин проекцій P_1/P_4 замінюють системою P_4/P_5 , в якій площаина проекції P_5 повинна бути паралельною площині трикутника. Для цього проводять нову вісь проекції $x_2 \parallel A_4B_4C_4$.

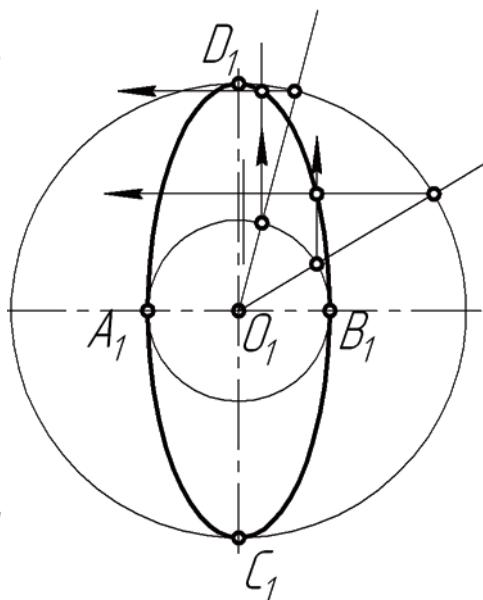
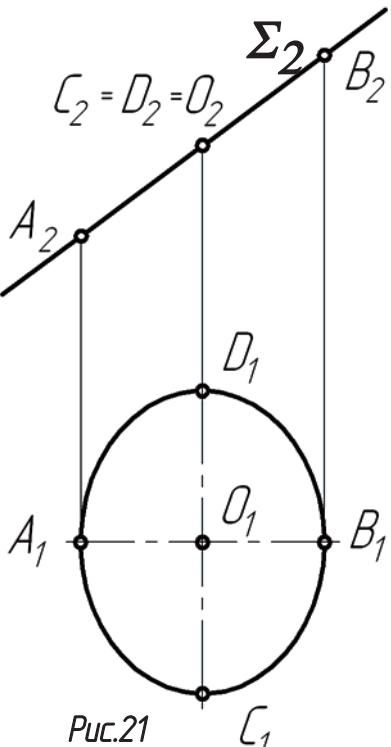
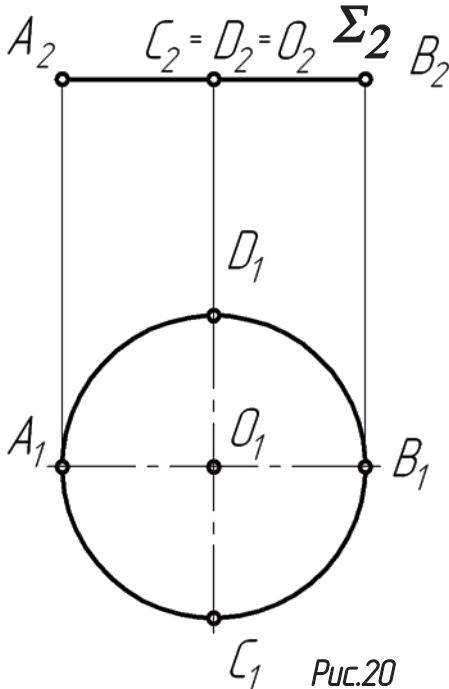
Будують проекції точок A_5, B_5, C_5 на площині P_5 . Сполучають побудовані проекції відрізками прямих в трикутник, який і буде натуральною величиною ΔABC (рис.19).

Проекціювання кола

Коло — найпоширеніша плоска крива. Вона може проекціюватися в коло, відрізок та еліпс.

Якщо коло належить площині рівня (рис. 20), одна його проекція — відрізок A_2B_2 , що дорівнює діаметру кола, інші — коло.

Якщо коло належить проекціючій площині (рис. 21), одна його проекція — відрізок A_2B_2 , що дорівнює діаметру кола, інші — еліпси. Для побудови еліпса досить побудувати проекції двох взаємно перпендикулярних діаметрів кола, які називаються спряженими. Один з діаметрів (AB) паралельний, другий (CD) — перпендикулярний до тієї площини проекцій, до якої перпендикулярна площаина кола. Тоді на другу площину проекцій спряжені діаметри проекціються в осі еліпса. Велика вісь еліпса C_1D_1 дорівнює діаметру d кола, а розмір малої осі A_1B_1 визначається за проекційним зв'язком.



Побудова проміжних точок еліпса за його осями наведена на рис.22. Для розв'язання завдань у зошиті досить побудувати 8 проміжних точок: по 2 у кожній чверті еліпса.

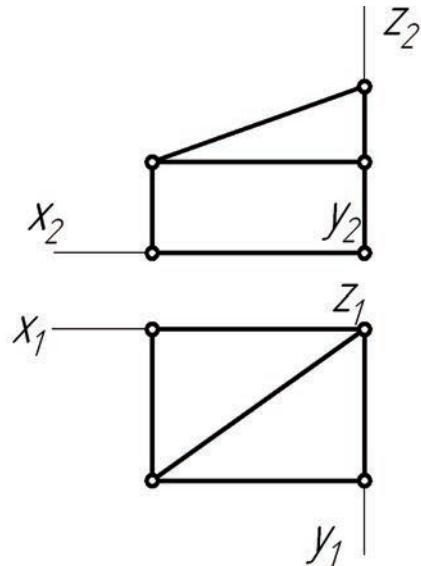
Якщо коло належить площині загального положення, обидві проекції кола — еліпси, які будуються незалежно один від одного. Проекційний зв'язок визначається лише для проекцій центра кола. Фронтальна проекція великої осі еліпса паралельна до фронтальної проекції фронтальні площини кола, а горизонтальна проекція великої осі еліпса паралельна до горизонтальної проекції горизонтальні площини, причому обидві дорівнюють діаметру кола. Малі осі визначаються за допомогою заміни площин проекцій та перетворення площини загального положення у проекціючу, тобто задача знаходження розміру малої осі еліпса зводиться до наведеної на рис. 21.

Домашні завдання

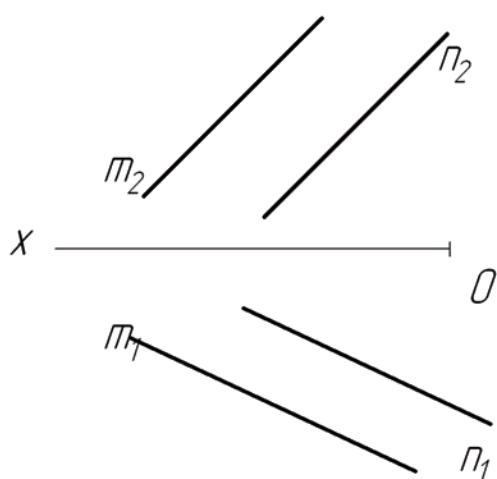
8. Визначити кількість граней заданої фігури.
Позначити літерами її вершини.

Горизонтальних	
Фронтальних	
Профільних	
Горизонтально-проекціюючих	
Фронтально-проекціюючих	
Профільно-проекціюючих	
Загального положення	

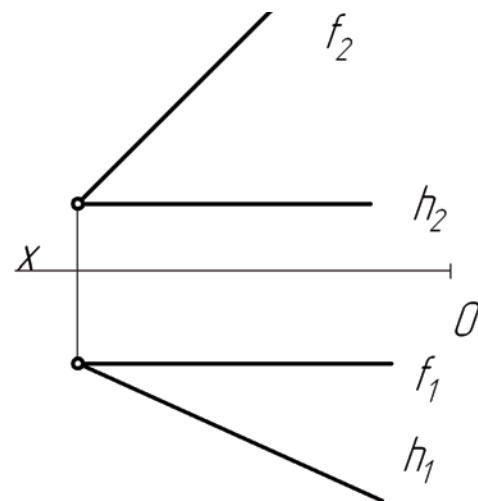
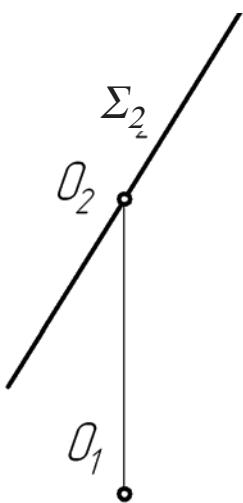
$$n = \underline{\quad}$$



9. В кожній із заданих площин побудувати горизонталь на відстані **15 мм** від Π_1 та фронталь на відстані **20 мм** від Π_2 .



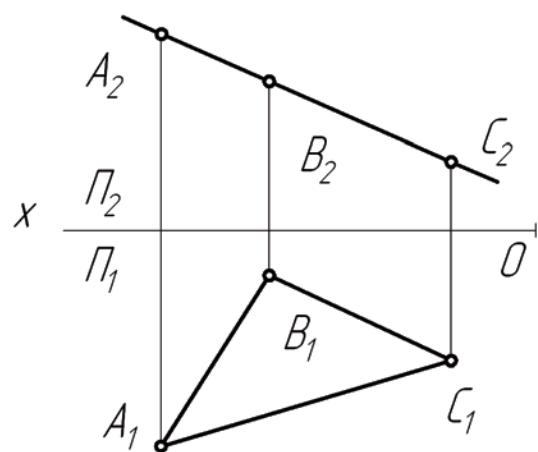
10. Побудувати проекції кола діаметром **40 мм**, розташованого в площині $\Sigma(\Sigma_2) \perp \Pi_2$. O - центр кола.



11. Визначити кути нахилу площини $\Sigma(ABC)$ до Π_1 й Π_2 та центр описаного навколо трикутника ΔABC кола.

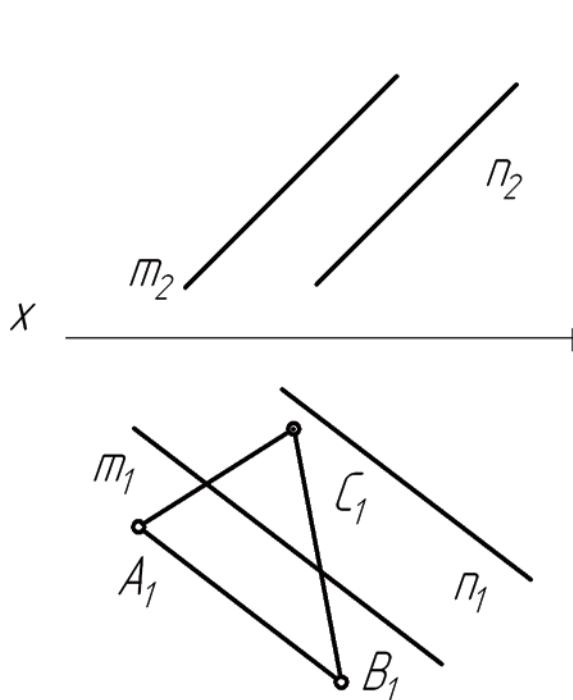
$$\alpha = \underline{\quad}$$

$$\beta = \underline{\quad}$$

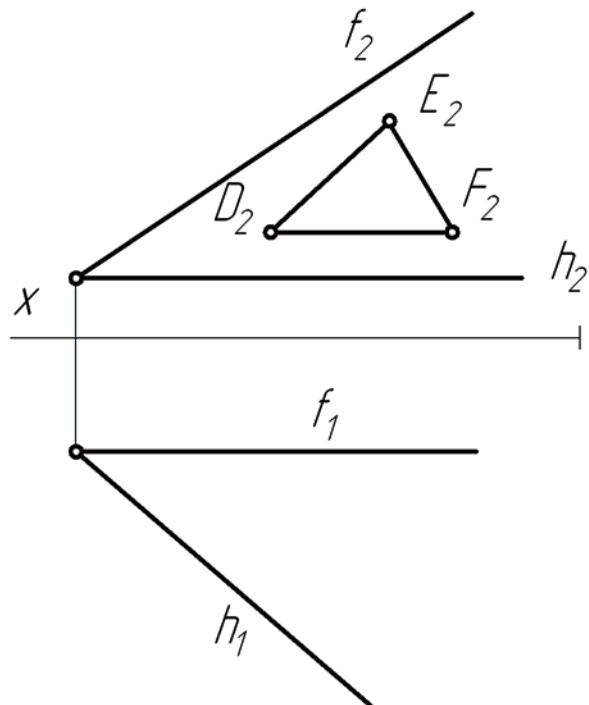
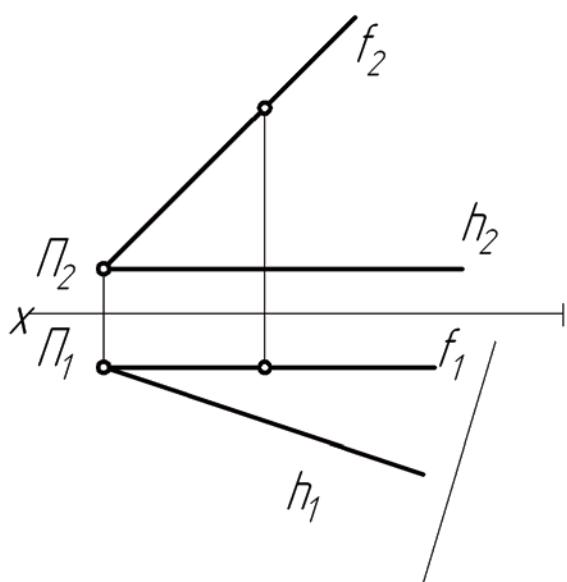


Аудиторні завдання

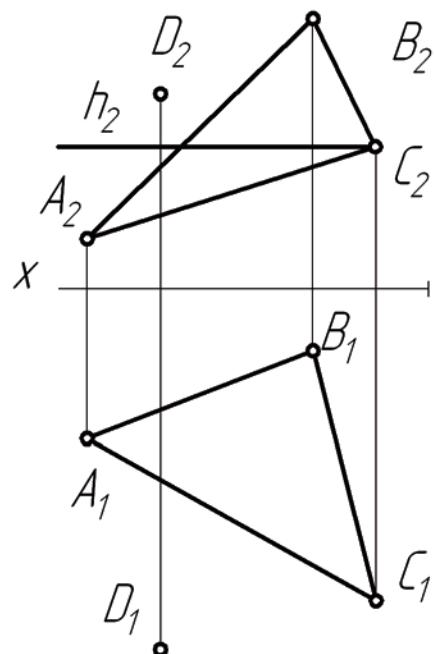
12. Побудувати відсутні проекції трикутників ΔABC та ΔDEF , які належать відповідно площинам $\Sigma(m \parallel n)$ та $\Delta(h \cap f)$.



13. Побудувати бісектрису кута, утвореного прямими f та h .



14. Визначити відстань від точки D до площини трикутника ΔABC та побудувати її проекції.



Тема 3. Поверхні

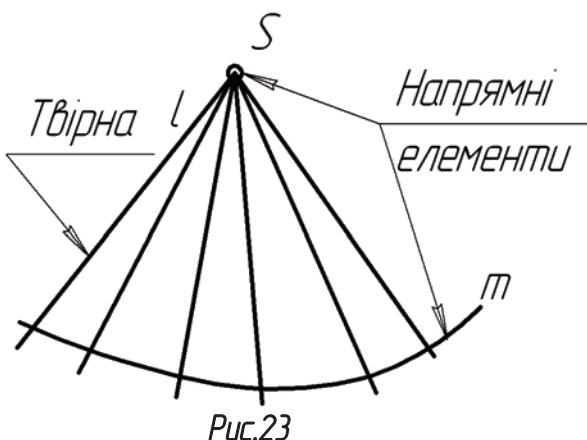
Основні теоретичні відомості

В нарисній геометрії найчастіше поверхня розглядається як множина точок, що утворена безперервним рухом лінії за певним законом. Лінія, що утворює поверхню, називається твірною. Закон руху твірної визначається напрямними елементами і положенням твірної відносно цих елементів у будь-який момент руху.

Визначником поверхні є сукупність геометричних елементів та інших умов, що визначають поверхню. Визначник складається з двох частин: геометричної і алгоритмічної (або кінематичного закону).

Геометрична частина визначника — сукупність геометричних елементів (твірна, напрямні елементи), якими задається поверхня. **Алгоритмічна частина** — це закон, який дозволяє в будь-який момент руху твірної з'ясувати її положення та форму.

Наприклад, конічна поверхня (рис. 23) утворена рухом прямої лінії l , яка в кожний момент руху перетинає напрямну лінію m і проходить через точку S .



Визначник поверхні:

$\Phi(m, S)$ — геометрична частина,

$|lm|, l \in S$ — алгоритмічна частина.

Зображення поверхні рекомендується виконувати в такій послідовності:

- визначити напрямні елементи (рис. 24);
- побудувати обрисні твірні поверхні (рис. 25).

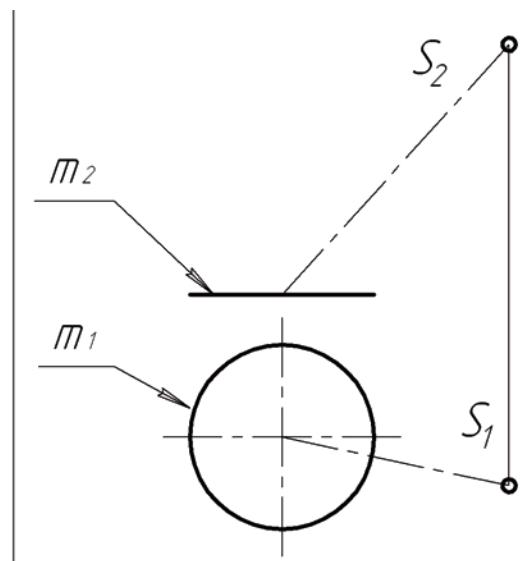


Рис.24

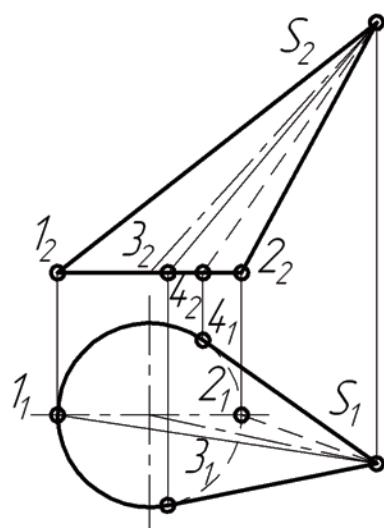


Рис.25

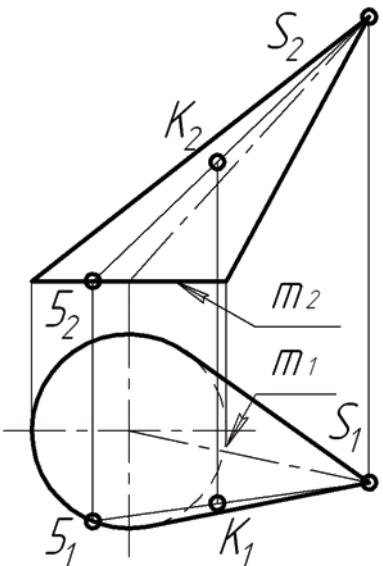
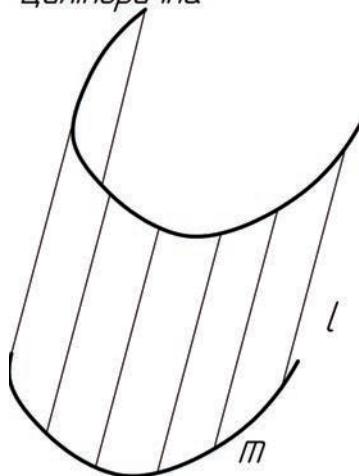


Рис.26

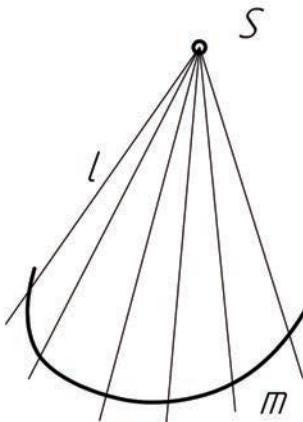
Точка належить поверхні, якщо її проекції лежать на однійменних проекціях лінії, яка розташована на поверхні (на рис. 26 точка $S \in m$, пряма $S \subset \Phi(m, S)$, точка $K \in S$, тому точка $K \in \Phi(m, S)$).

Одними з найбільш поширених поверхонь є **лінійчасті поверхні**, які можуть бути утворені рухом прямої лінії. Лінійчасті поверхні, у яких твірні паралельні або перетинаються, є розгорнутими (рис. 27).

Циліндрична



Конічна



Торсова

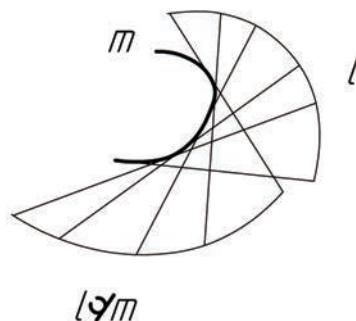
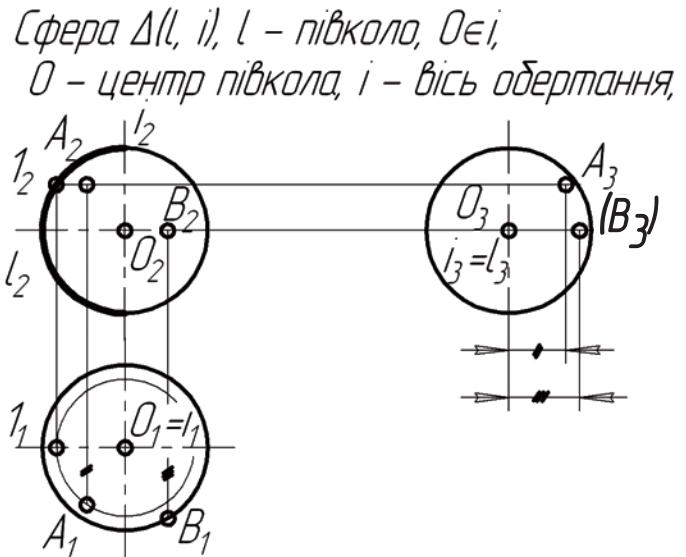
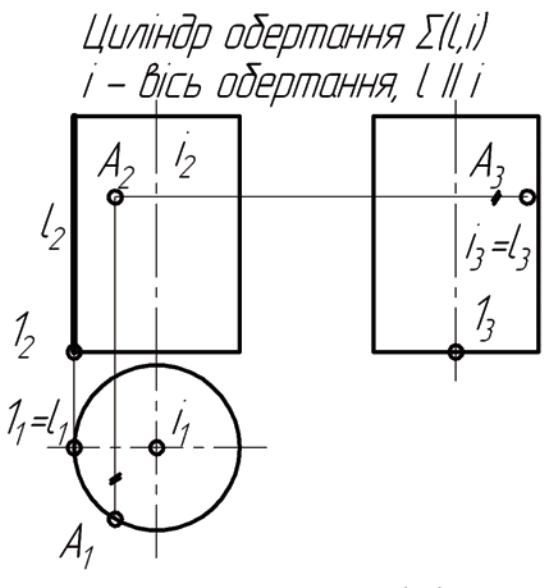


Рис. 27

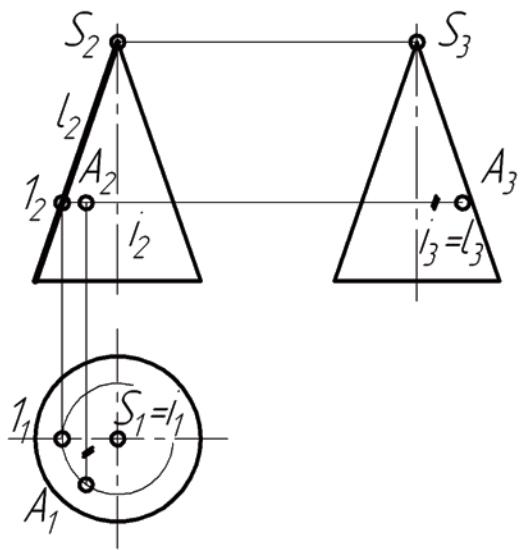
Поверхні обертання можуть бути утворені обертанням довільної лінії (твірної) навколо осі обертання. В залежності від типу твірної та її положення відносно осі обертання можно отримати такі поверхні:

- **циліндр обертання** — твірна: пряма лінія, що паралельна осі обертання;
- **конус обертання** — твірна: пряма лінія, що перетинає вісь обертання;
- **гіперболоїд обертання** — твірна: пряма лінія, що мимобіжна до осі обертання;
- **сферична поверхня** — твірна: коло, центр якого належить осі обертання ;
- **торова поверхня** — твірна: коло, центр якого не належить осі обертання .

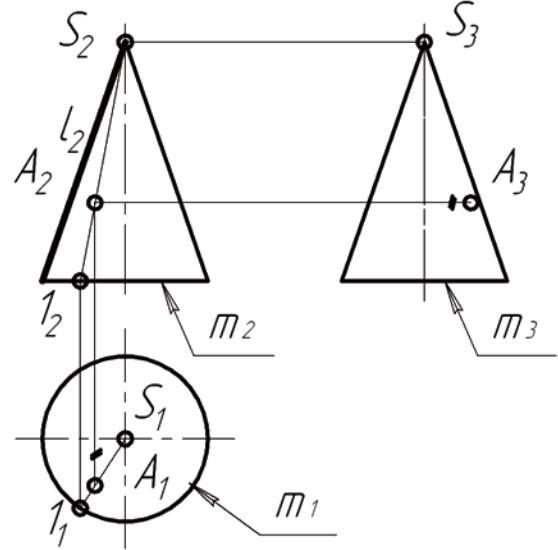
Приклади деяких поверхонь та методика побудови точок на них наведено на рис. 28.



Конус обертання $\Phi(l, i)$
 i – вісь обертання, $l \cap i$



Конус як лінійчаста поверхня $\Phi(m, S)$
 $l \cap m, S \in l$



Піраміда – гранна поверхня

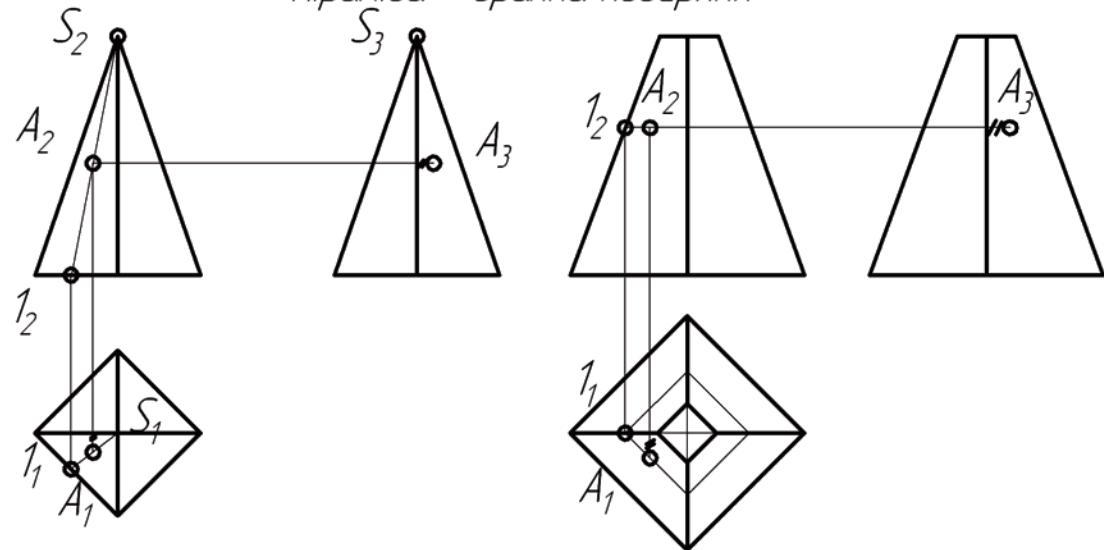
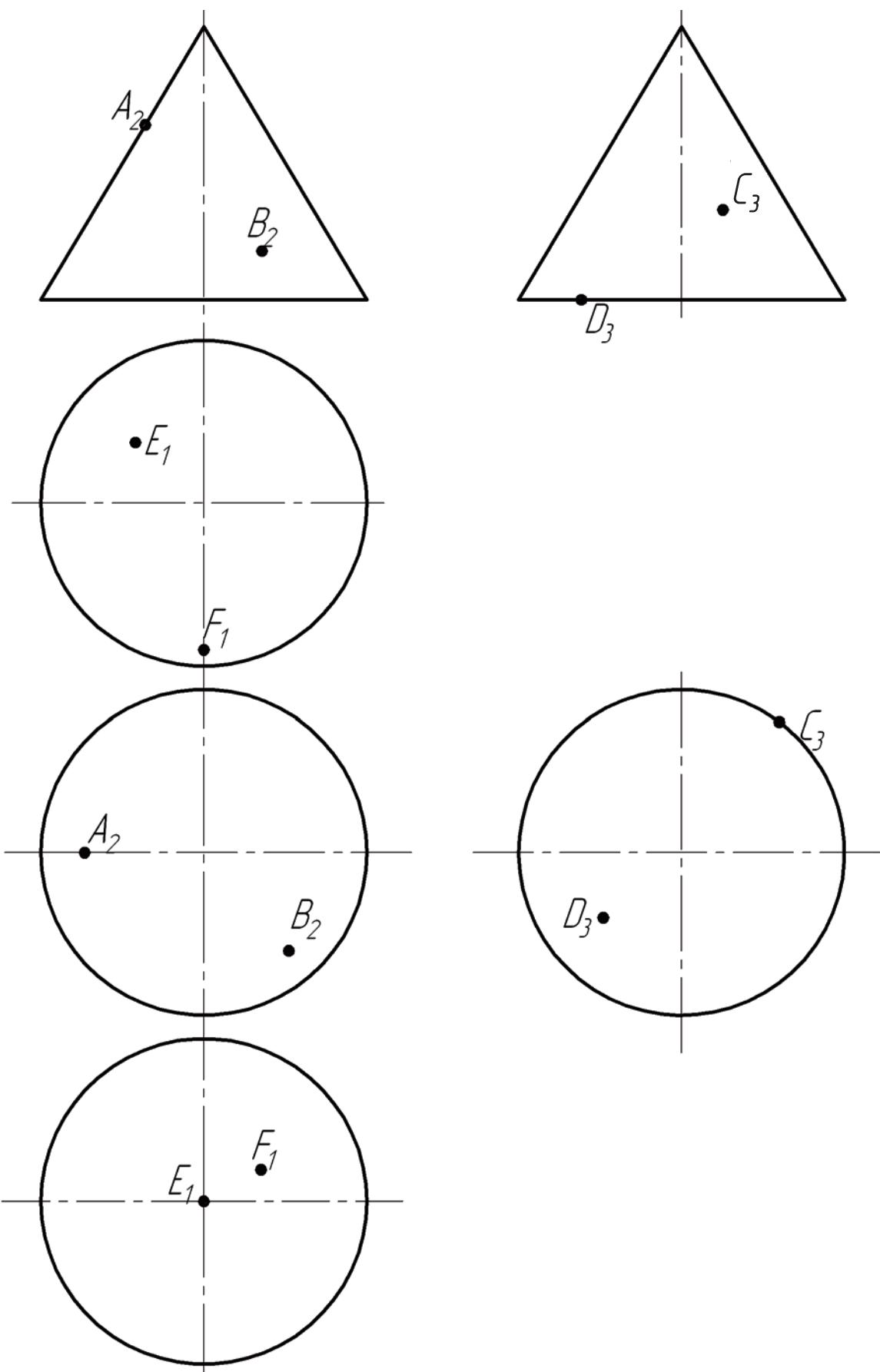


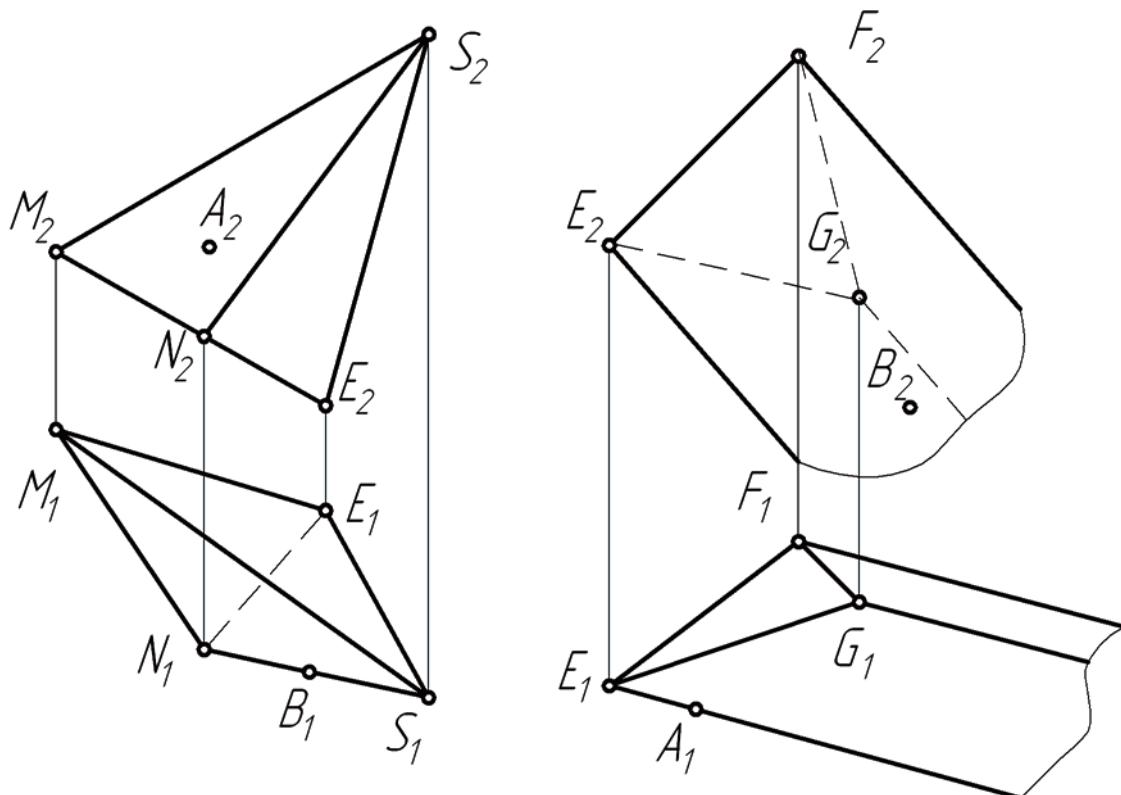
Рис. 28

Домашні завдання

15. Побудувати відсутні проекції видимих точок, які належать поверхням

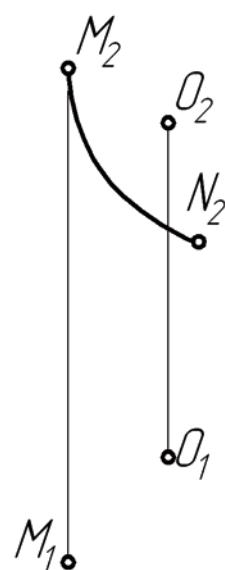


16. Побудувати відсутні проекції видимих точок A та B і відрізків AB , які належать поверхням геометричних тіл. Визначити видимість відрізків.

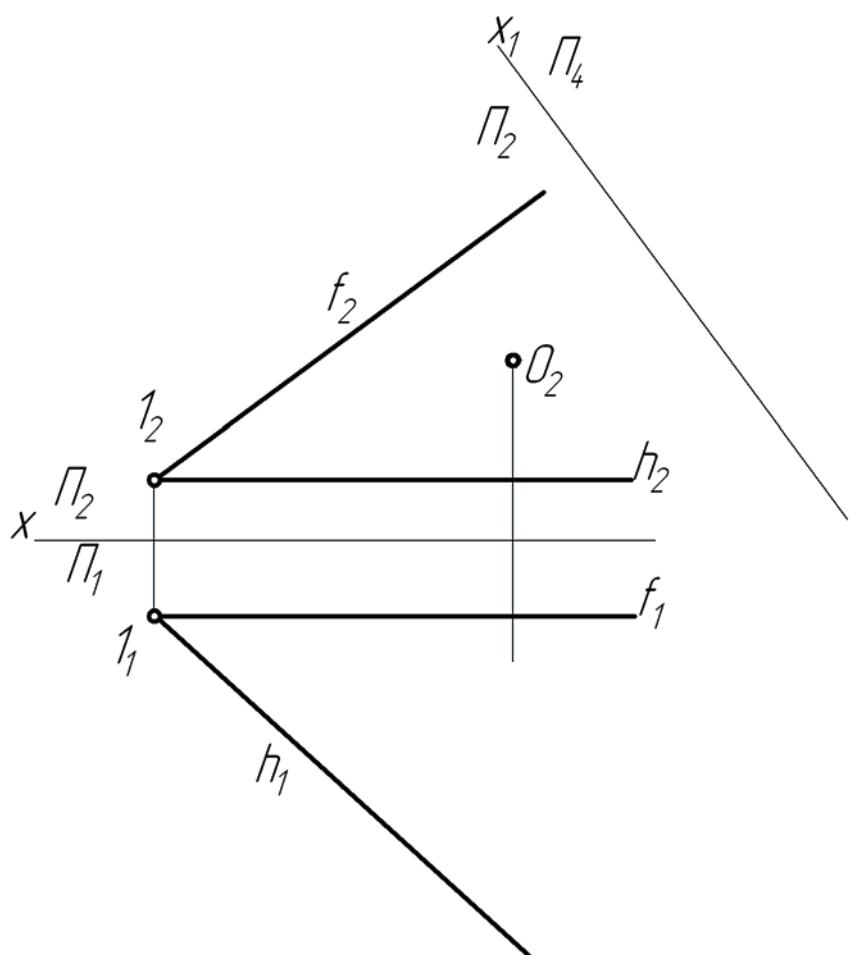


Аудиторні завдання

17. Побудувати дві проекції сфери за визначником $\Phi(O, M)$, $|O, M| = \text{const}$, якщо O — центр сфери, а довільна точка $M \in \Phi$. Побудувати горизонтальну проекцію лінії MN , що належить сфері.



18. Побудувати проекції прямого кругового конуса висотою 35 мм, у якого основа — коло радіуса **R20** мм з центром в точці **O**, що належить площині $\Sigma(h \cap f)$.



Тема 4. Аксонометрія

Основні теоретичні відомості

Зміст методу аксонометричного проекціювання полягає в тому, що предмет відносять до деякої системи координат, а потім його разом з системою координат проекціють паралельними променями на будь-яку картинну площину Π' (рис. 29). Одержані таким чином проекції називаються аксонометричними і мають властивості наочності та оберненості.

Напрямок проекціювання вибирають так, щоб він не збігався з жодною з координатних осей. При цьому зображення виходить наочним. Якщо напрямок проекціювання перпендикулярний до площини аксонометричних проекцій, то аксонометрія — прямокутна, якщо ні, то — косокутна.

На аксонометричних проекціях можна вимірювати прямолінійні елементи предмета, що паралельні координатним осям.

Побудова аксонометричного зображення предмета виконується за характерними точками з урахуванням властивостей паралельного проекціювання: в аксонометрії зберігаються паралельність прямих, належність точок прямим та кривим лініям та пропорційність відрізків на одній прямій та паралельних прямих.

Характерні точки будуються за координатами.

З метою використання методу координат в аксонометрії вводяться показники спотворення по осях. Показники спотворення дорівнюють відношенням аксонометричних координат точки до відповідних натуральних координат:

$$u = x'/x; \quad v = y'/y; \quad w = z'/z.$$

В залежності від співвідношення між показниками спотворення розрізняють

— ізометрію, якщо показники за всіма осями одинакові $u = v = w$;

— диметрію, якщо показники за двома осями одинакові, а за третій відрізняється $u = w \neq v$;

— триметрію, якщо показники за всіма осями різні.

Якщо показники спотворення відомі, можна побудувати аксонометричне зображення точки за її натуральними координатами: $x' = ux$; $y' = vy$; $z' = wz$.

Ці ж формулі надають можливість визначити натуральні координати точок за їх аксонометричним зображенням.

Показники спотворення зв'язані між собою співвідношенням:

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2 \quad \text{— в прямокутній аксонометрії};$$

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2 + ctg^2 \varphi \quad \text{— в косокутній аксонометрії},$$

де φ — кут між напрямом проекціювання та площею Π' .

Згідно з ГОСТ 2.317-69 застосовуються п'ять стандартних видів аксонометрії: прямокутні ізометрія та диметрія, косокутні фронтальні ізометрія та диметрія та косокутна горизонтальна ізометрія.

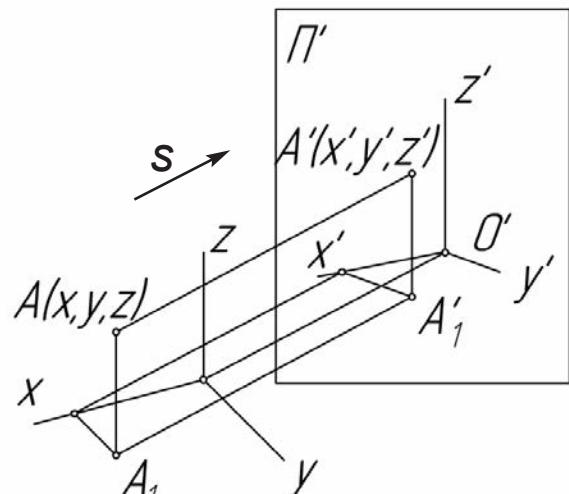


Рис. 29

Прямокутна ізометрія

На рис. 30 наведено розташування осей в ізометрії, коефіцієнти спотворення однакові $u = v = w$, та дорівнюють

$$u = \sqrt{2/3} = 0.82$$

Для спрощення побудови користуються коефіцієнтами спотворення $u=1$, які називаються **приведеними**. При цьому зображення збільшується в $1/0,82 = 1,22$ рази, і така ізометрія називається **приведеною**.

Аксонометрична проекція кола — еліпс. Якщо коло належить площині рівня, мала вісь (м.в.) еліпса паралельна до тієї координатній осі, що відсутня в площині кола, а велика (в.в.) — перпендикулярна до неї (рис.31). В приведений прямокутній ізометрії для всіх координатних площин мала вісь дорівнює $0,71d$, велика — $1,22d$ (d — діаметр кола).

Для спрощення побудови аксонометричного зображення стандартом дозволяється замінювати еліпси овалами. Побудова овала, що зображує коло радіуса R , розташоване в горизонтальній площині, наведена на рис.32.

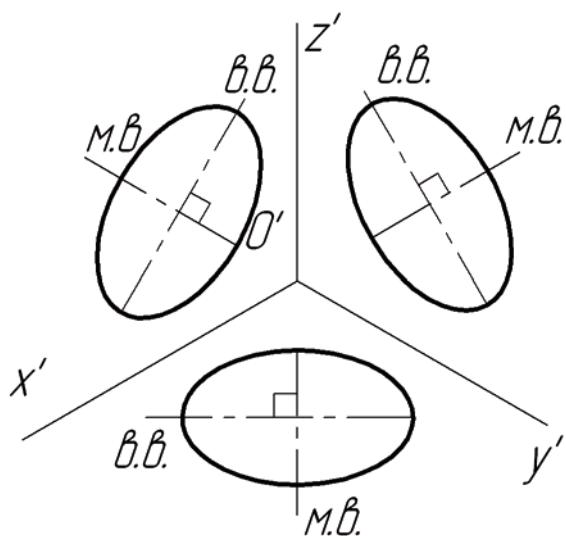


Рис. 31

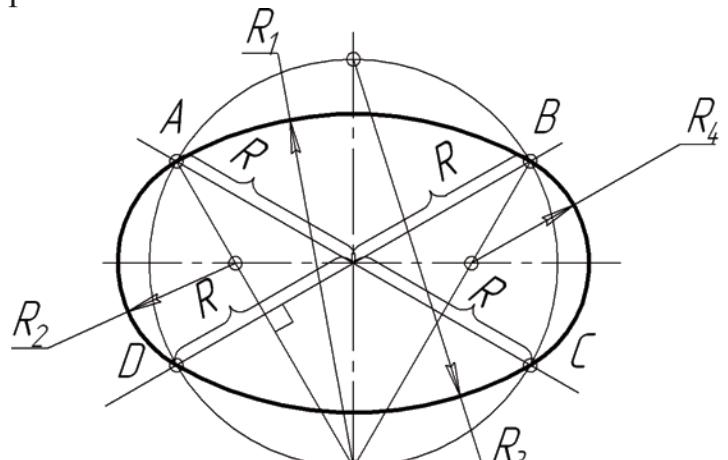


Рис. 32

Лінії штрихування виконують паралельно ізометричній проекції однієї з x' діагоналей квадратів, сторони яких розташовані на координатних осіх відповідної площини перерізу (рис. 33).

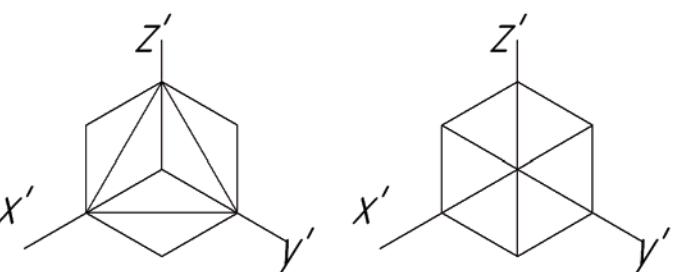


Рис. 33

Прямокутна диметрія

На рис. 34 наведено розташування осей в диметрії, коефіцієнти спотворення за осями x та z однакові, а уздовж осі y в 2 раза менше $u = 2v = w$, та дорівнюють

$$u = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0,94, v = 0,5u = 0,47$$

Для спрощення побудови користуються **приведеними** коефіцієнтами спотворення $u = w = 1, v = 0,5$. При цьому зображення збільшується в $1/0,94 = 1,06$ рази, і така диметрія називається **приведеною**.

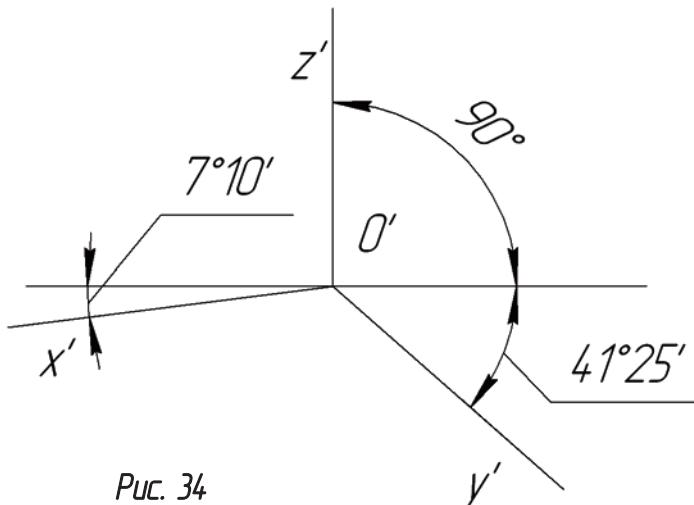


Рис. 34

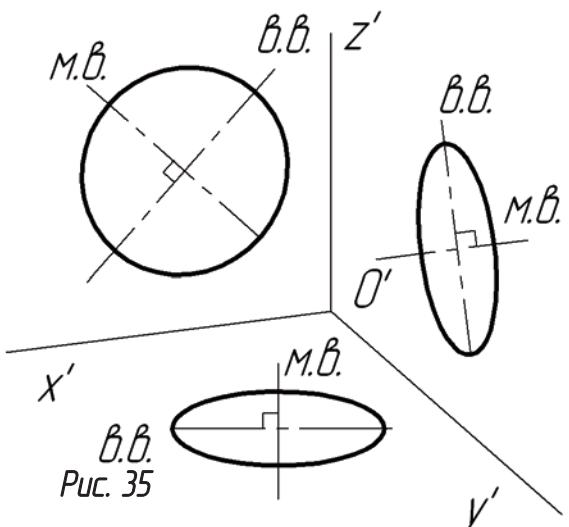


Рис. 35

Аксонометрична проекція кола — еліпс.

Якщо коло належить площині рівня, мала вісь (м.в.) еліпса паралельна до тієї координатній осі, що відсутня в площині кола, а велика (в.в.) — перпендикулярна до неї (рис.35). В приведеній прямокутній диметрії велика вісь еліпса дорівнює $1,06d$ (d — діаметр кола), а мала вісь еліпса на двох координатних площинах, що містять вісь y , дорівнює $0,35d$ (вузький еліпс), а для площини xOz — $0,95d$ (широкий еліпс).

Для спрощення побудови аксонометричного зображення стандартом дозволяється замінювати еліпси овалами. Побудова овалів, що зображує коло радіуса R , розташоване в горизонтальній площині, наведена на рис.36 (вузький овал), а коло, що належить фронтальній площині на рис.37 (широкий овал).

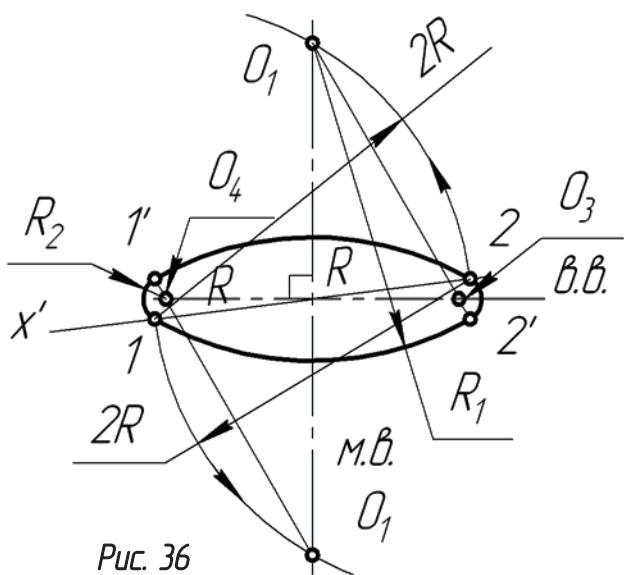


Рис. 36

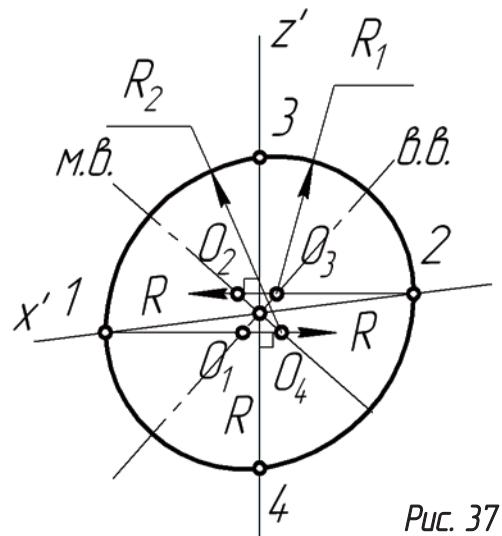


Рис. 37

На рис. 38 наведена побудова напряму штрихування перерізів у прямокутній диметрії.

Косокутна фронтальна ізометрія

Схеми систем опалення, вентиляції і кондиціонування повітря рекомендується виконувати у косокутній фронтальній ізометрії (ДСТУ Б А.2.4-41:2008).

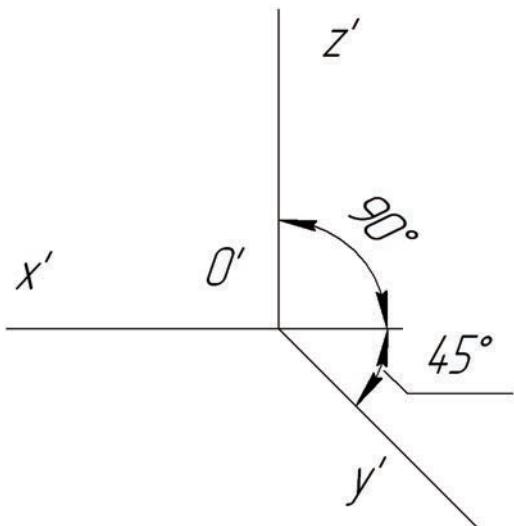


Рис. 39

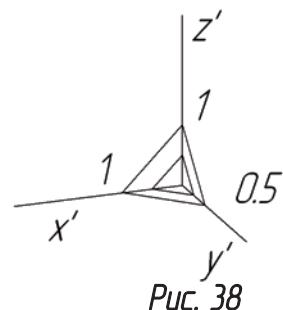


Рис. 38

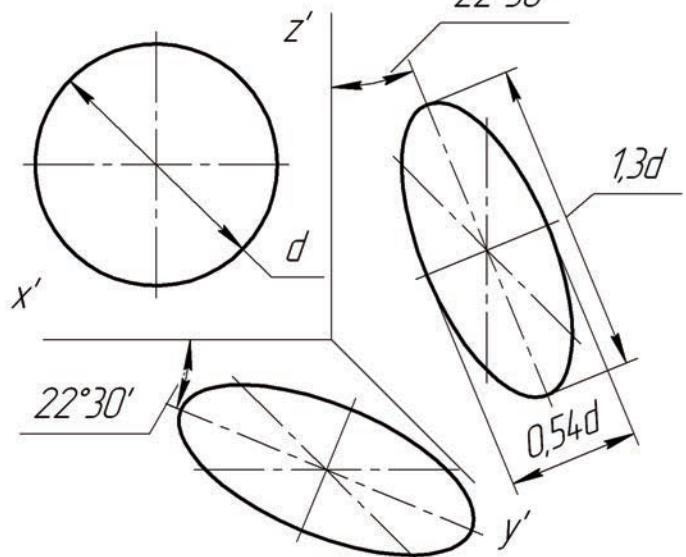


Рис. 40

На рис. 39 наведено розташування осей в косокутній фронтальній ізометрії. Зображення в косокутній фронтальній ізометрії виконується без спотворення по осях.

Кола, які належать фронтальним площинам, проекціються в кола, а ті, що належать горизонтальним та профільним площинам проекціються в еліпси (рис. 40), великі осі яких дорівнюють 1.3, а малі — 0.54 діаметра кола.

Алгоритм побудови аксонометрії деталі

Алгоритм побудови аксонометричної проекції деталі по її ортогональних проекціях наведений на прикладі приведеної прямокутної ізометрії деталі (рис. 41).

Передусім слід звернути увагу на те, що спочатку слід віднести зображення деталі до будь-якої системи координат.

Потім будують основну геомет-

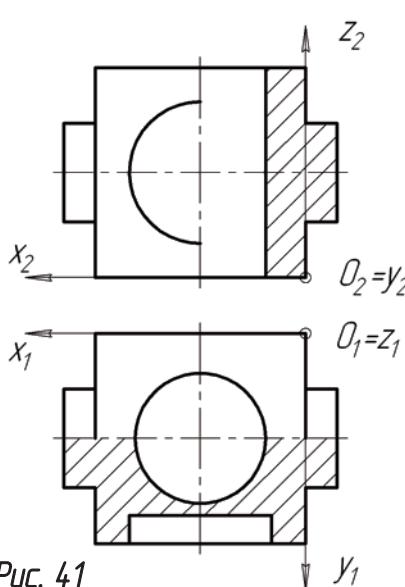


Рис. 41

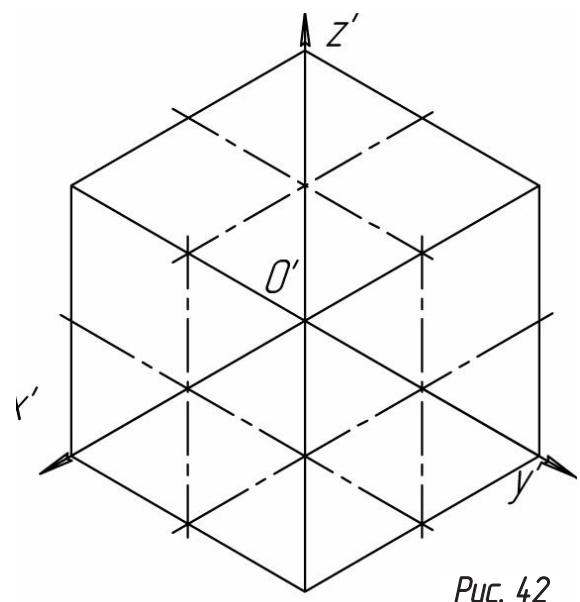


Рис. 42

ричну форму деталі — куб (рис.42) та креслять задані отвори та виступи (рис.43)

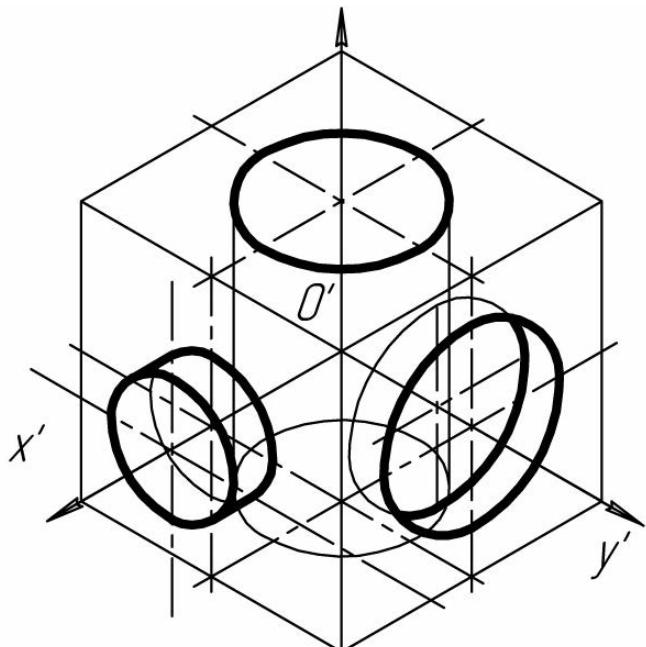


Рис. 43

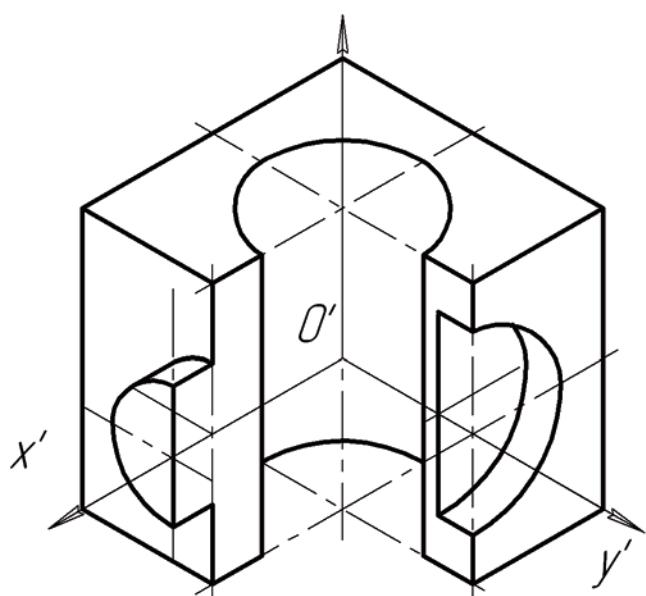


Рис. 44

Наприкінці будують виріз передньої лівої частини деталі координатними площинами (рис.44), та заштриховують перерізи рис.45).

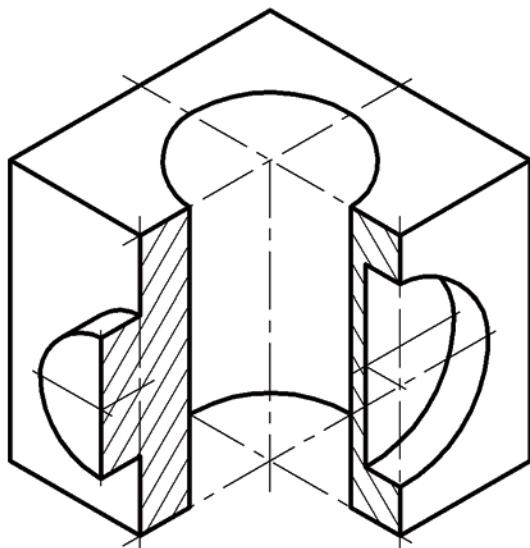
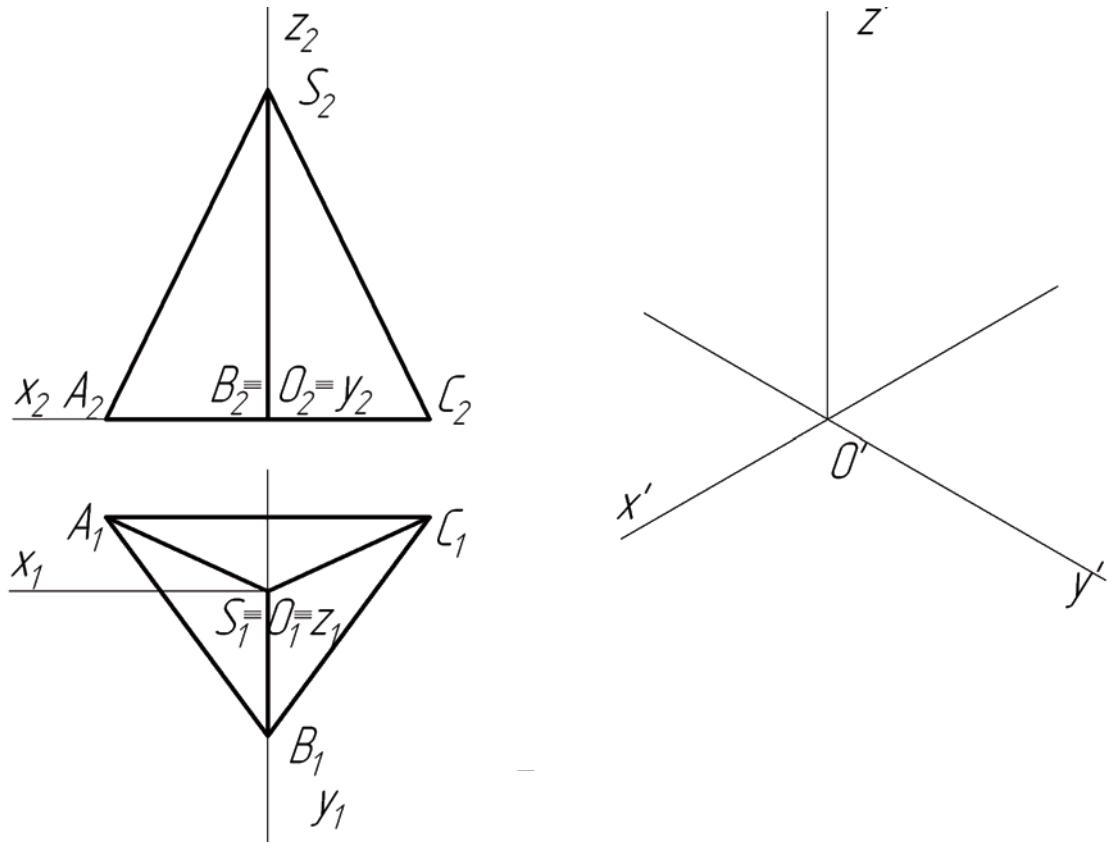


Рис. 45

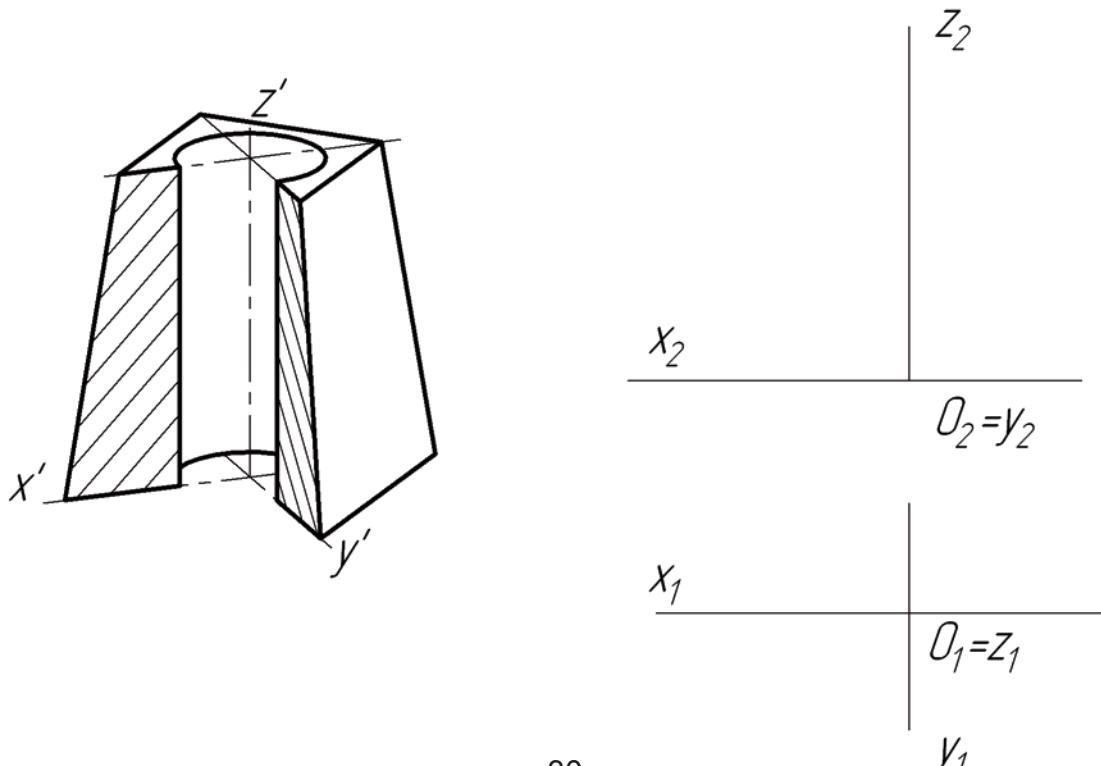
Слід наголосити на тому, що побудоване наочне зображення деталі — це перш за все, — кресленик, згідно якому мають бути виявлені всі розміри деталі. Тому необхідно стежити за тим, щоб на ізометричному зображення позначені штрих-пунктирною лінією осі усіх поверхонь обертання.

Домашні завдання

19. Побудувати прямокутну ізометрію заданої фігури. Коефіцієнти спотворення взяти приведеними.

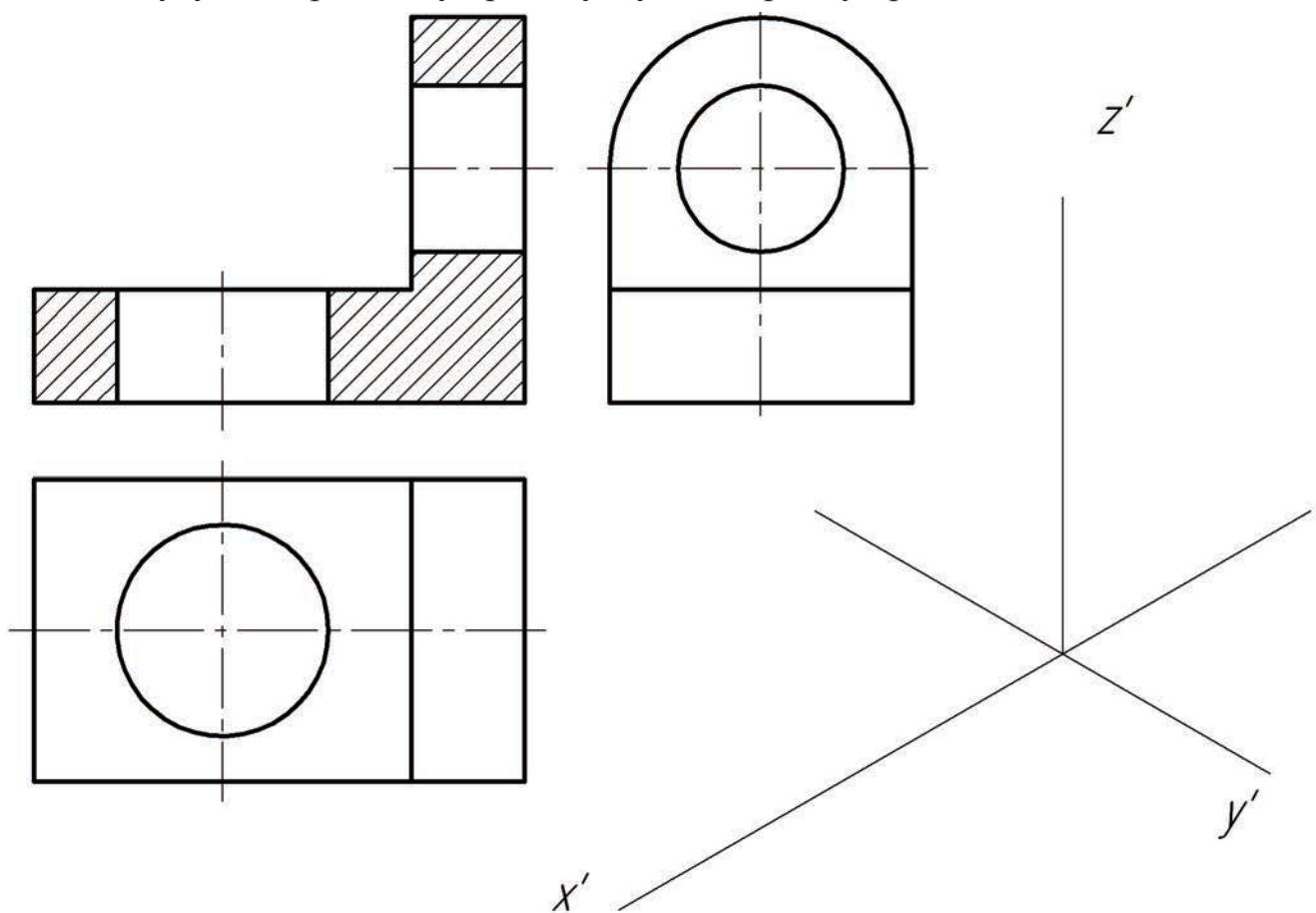


20. За зображенням в приведеній прямокутній диметрії зрізаної піраміди з циліндричним отвором побудувати дві її ортогональні проекції. Виконати фронтальний розріз в поєднанні з видом. Нанести розміри.

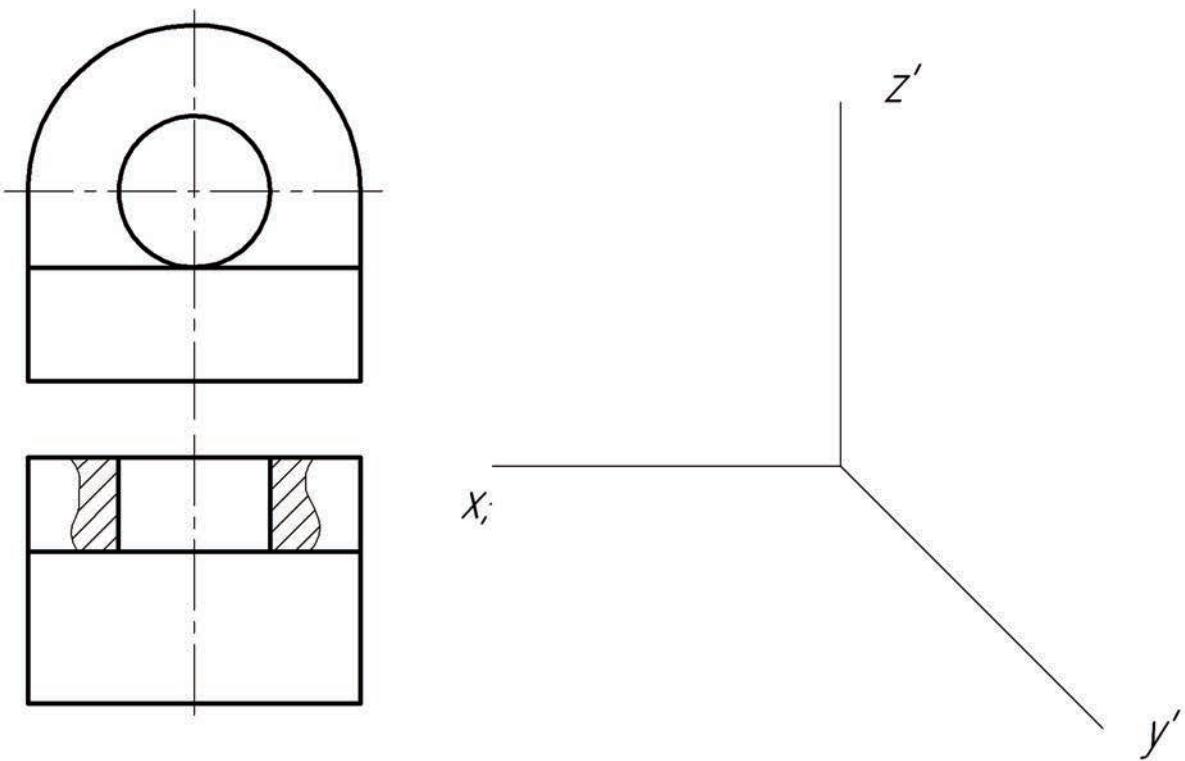


Аудиторні завдання

21. Побудувати приведену прямокутну ізометричну проекцію моделі.



22. Побудувати косокутну фронтальную ізометричну проекцію моделі.



Тема 5. Переріз поверхонь площинами. Розгортки поверхонь

Основні теоретичні відомості

Перетин поверхні з площиною

Перетин поверхні з площиною — це плоска лінія, форма якої залежить від типу поверхні та взаємного положення січної площини і поверхні. Лінія перетину будується за допомогою точок перетину найпростіших ліній цієї поверхні з січною площиною. Для гранних поверхонь — це ребра, для конусів та циліндрів — це твірні або паралелі, для сфери — паралелі.

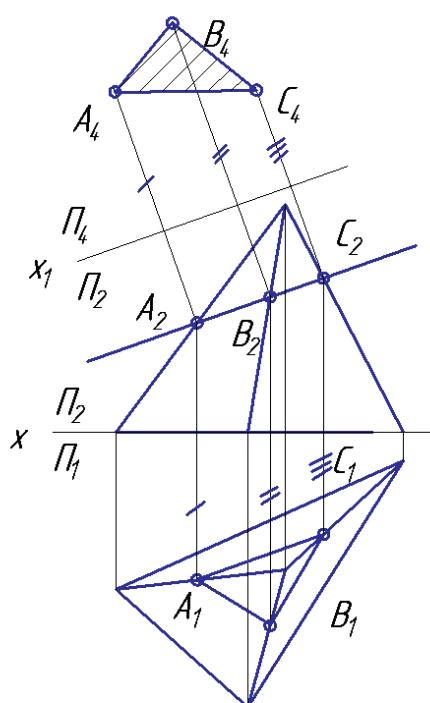
На лінії перетину виділяють характерні (опорні) та допоміжні точки. Передусім лінії на поверхні вибирають таким чином, щоб визначити характерні точки. Це точки, які відрізняються своїм особливим розташуванням відносно площин проекцій, або які займають виняткове положення на кривій перетину:

- найближча та найбільш віддалена точка відносно кожної з площин проекцій (екстремальні точки);

- точки, які розташовані на проекціях обрисних твірних на всіх площинах проекцій (межі видимості);

- характерні точки кривої перетину (вершини ламаної — для гранних поверхонь, точки на кінцях великої та малої осей еліпса, вершини дуг парабол та гіпербол, кінці дуг кривих тощо).

Якщо для виявлення форми лінії перетину характерних точок недостатньо, будують проміжні точки в тих місцях і в тій кількості, щоб криву можно було провести за допомогою лекала.



Перетин гранної поверхні з площиною

При перетині гранної поверхні з площиною утворюється багатокутник.

На рис. 46 наведено приклад перетину поверхні піраміди з фронтально-проекціюючою площею $\Sigma(\Sigma_2)$. Для побудови лінії перетину послідовно будують точки перетину кожного з ребер піраміди з площею Σ .

Для визначення натуральної величини фігури перерізу застосовується метод заміни площин проекцій.

Перетин поверхні циліндра з площиною

В залежності від розташування січної площини відносно поверхні циліндра обертання лінія перетину може бути еліпсом, колом чи прямокутником (рис. 47):

- якщо січна площа $\Omega(\Omega_2)$ розташована похило до осі обертання i , в перерізі — еліпс;

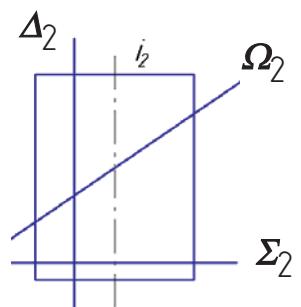


Рис. 47

— якщо січна площа $\Sigma(\Sigma_2)$ перпендикулярна до осі i , маємо коло;

— якщо січна площа $\Delta(\Delta_2)$ паралельна осі обертання i , в перерізі — прямокутник, дві сторони якого є частинами твірних циліндра.

На рис. 48 наведено приклад побудови лінії перетину циліндра з фронтально-проекціюючою площею $\Sigma(\Sigma_2)$ по частині еліпса, яка більш, ніж половина. Проекції лінії перетину будуються методом повного перерізу, тобто циліндрична поверхня продовжується до повного перерізу з січною площею. Визначається повний переріз поверхні, а потім виділяється та його частина, яка належить поверхні геометричного тіла (ECADF).

В перерізі утворюється еліпс, велика вісь якого AB , залежить від кута нахилу січної площини Σ до осі обертання циліндра, а мала CD дорівнює діаметру циліндра. Проекція цього еліпса на P_2 — відрізок прямої, який належить сліду-проекції Σ_2 площини Σ , на P_1 — коло, на P_3 — еліпс. Точки C і D — межі видимості лінії перерізу на P_3 . Проміжні точки еліпса будують графічним методом за його осями або як довільні точки лінії перерізу.

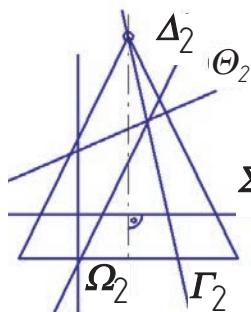


Рис. 49

Перетин поверхні конуса з площею

В залежності від розташування січної площини відносно осі конуса можливі такі форми лінії перетину (рис. 49):

- коло, якщо площа $\Sigma(\Sigma_2)$ перпендикулярна до осі обертання;
- еліпс, якщо площа $\Theta(\Theta_2)$ перетинає усі твірні конуса, та розташована під гострим кутом до осі обертання;
- парабола, якщо площа $\Delta(\Delta_2)$ паралельна одній твірній конуса;
- гіпербола, якщо площа $\Omega(\Omega_2)$ паралельна двом твірним конусам;
- трикутник, дві сторони якого — твірні конуса, якщо площа $\Gamma(\Gamma_2)$ проходить через вершину конуса.

На рис. 50 наведений приклад перетину конуса з фронтально-проекціюючою площею $\Sigma(\Sigma_2)$ по еліпса. Проекція цього еліпса на P_2 — відрізок прямої, який належить сліду-проекції Σ_2 площини Σ а на площинах P_1 та P_3 — еліпси, які визначаються відповідними проекціями осей AB і CD . Велика вісь AB еліпса паралельна фронтальній площині проекцій і

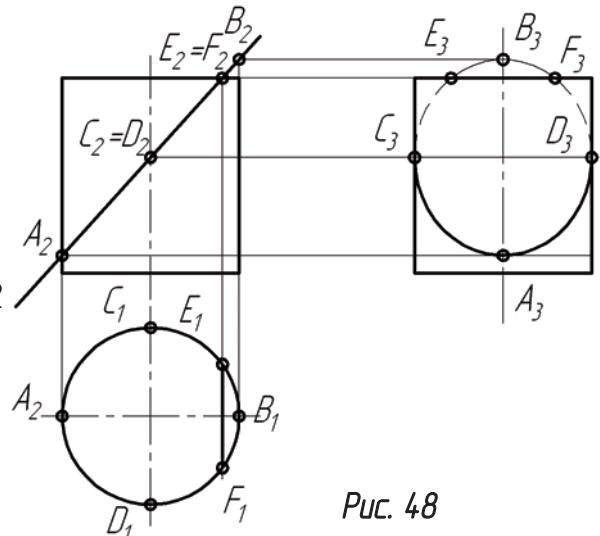


Рис. 48

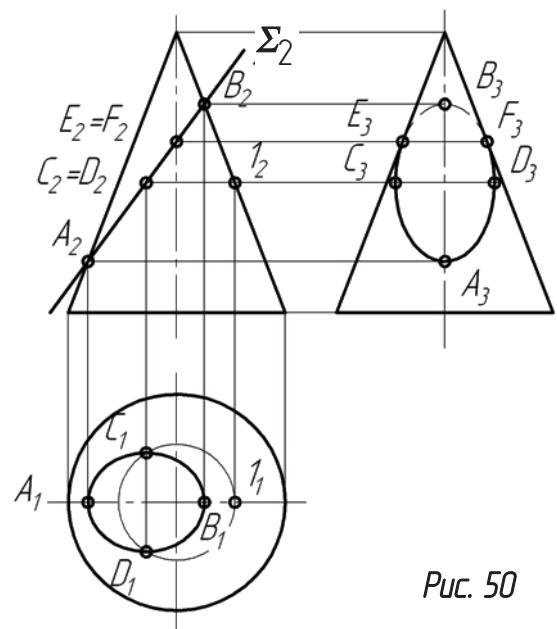


Рис. 50

визначається точками перетину січної площини з обрисними твірними на Π_2 . Мала вісь CD розташована перпендикулярно великій осі AB та проходить через її середину. Для її знаходження треба розділити проекцію A_2B_2 відрізка AB навпіл, отримаємо $C_2=D_2$, після чого знаходимо інші проекції точок C і D .

Точки E і F — межі видимості еліпса на Π_3 і розташовані на обрисних твірних.

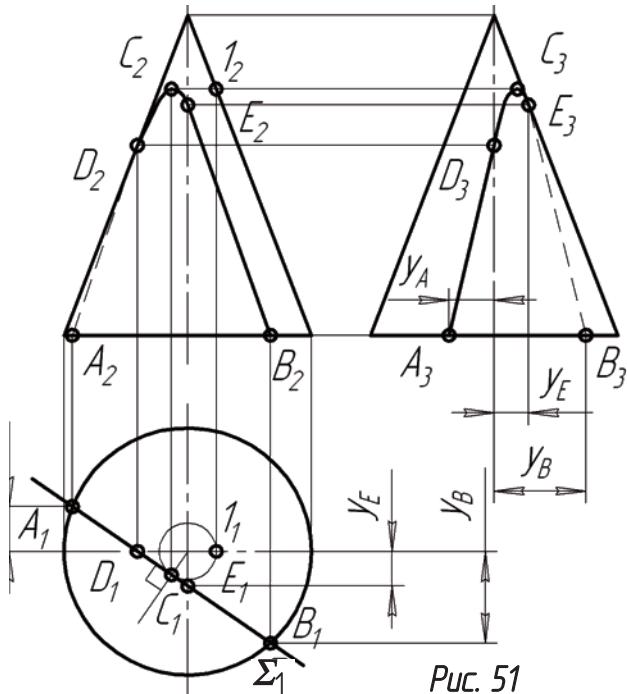


Рис. 51

на рис. 51 наведено приклад перетину конуса з горизонтально-проекціюючою площинами $\Sigma\Sigma\bar{\}$ по гіперболі. Кінці A і B дуги гіперболи визначають найнижчі точки гіперболи, а вершина C , що знаходиться на паралелі мінімального радіуса — найвища. Горизонтальна проекція C_1 точки C розташована посередині відрізка A_1B_1 . Точка D — межа видимості гіперболи на Π_2 , а точка E — на Π_3 .

Перетин сфери з площинами

Лінія перетину сфери з площею завжди — коло.

На рис. 52 наведений приклад перетину сфери з фронтально-проекціюючою площею $\Sigma(\Sigma_2)$. Переріз — коло діаметра d , проекція кола на площину Π_2 — відрізок прямої, який дорівнює діаметру d кола та належить сліду-проекції Σ_2 площини Σ , на площини Π_1 і Π_3 — еліпси. Великі віси кожного з них дорівнюють діаметру d кола пе-

рерізу, а величини малих осей залежать від кута нахилу площини Σ до відповідних площин проекцій і визначаються за проекційним зв'язком. Точки E і F та K і L — межі видимості кола на площині Π_3 і Π_1 відповідно.

Побудова лінії перетину поверхонь площинами загального положення, як правило, виконується за допомогою перетворення площини загального положення в проекціючу. Таким чином, розв'язання задачі спрощується і зводиться до випадків, які аналогічні розглянутим вище.

Розгортки поверхонь

Розгорткою гранної поверхні називається плоска фігура, яка одержана послідовним суміщенням граней гранної поверхні з площею розгортки. На розгортці всі відрізки ліній та кути між лініями зображуються в натуральну величину. Тому для побудови розгортки необхідно визначити натуральні величини всіх ребер поверхні.

Для побудови розгорток криволінійні поверхні апроксимуються (замінюються з

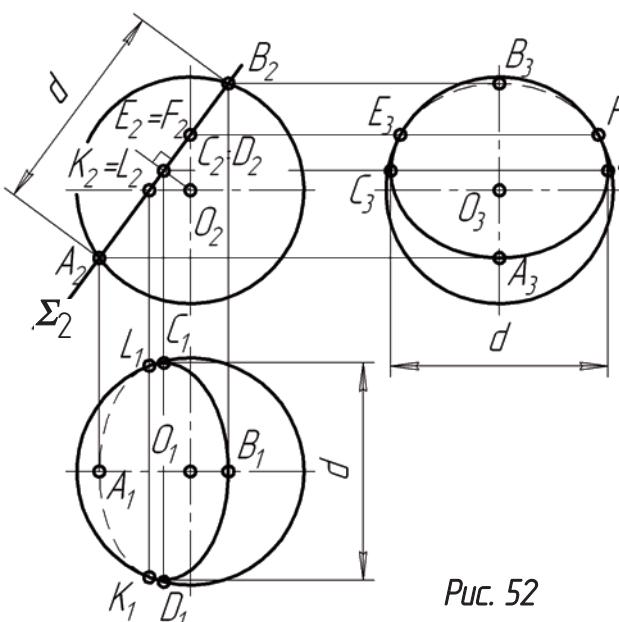


Рис. 52

достатньою точністю) гранними поверхнями (зазвичай в криволінійну поверхню впирають багатогранник, наприклад, призму або піраміду) та будують їх розгортки.

Найкоротша лінія між двома точками на поверхні називається геодезичною. На розгортці поверхні геодезична лінія є відрізком прямої.

Для побудови геодезичної лінії на проекціях поверхні необхідно:

— побудувати розгортку поверхні та нанести на ній граничні точки геодезичної лінії;

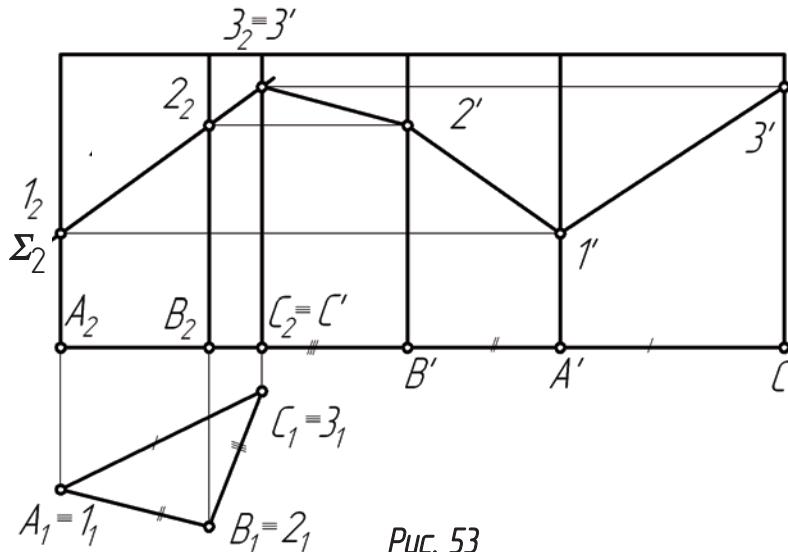
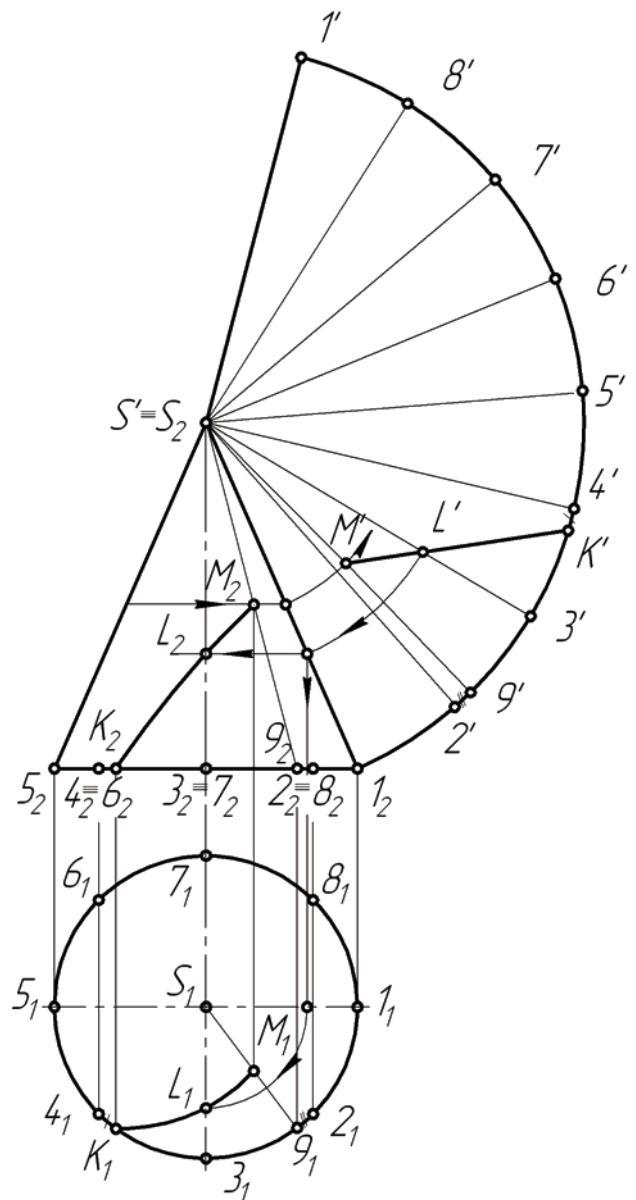


Рис. 53

Побудова розгортки гранної поверхні (призма) з нанесенням лінії перерізу її фронтально-проекцією площею $\Sigma(\Sigma_2)$ наведена на рис. 53.

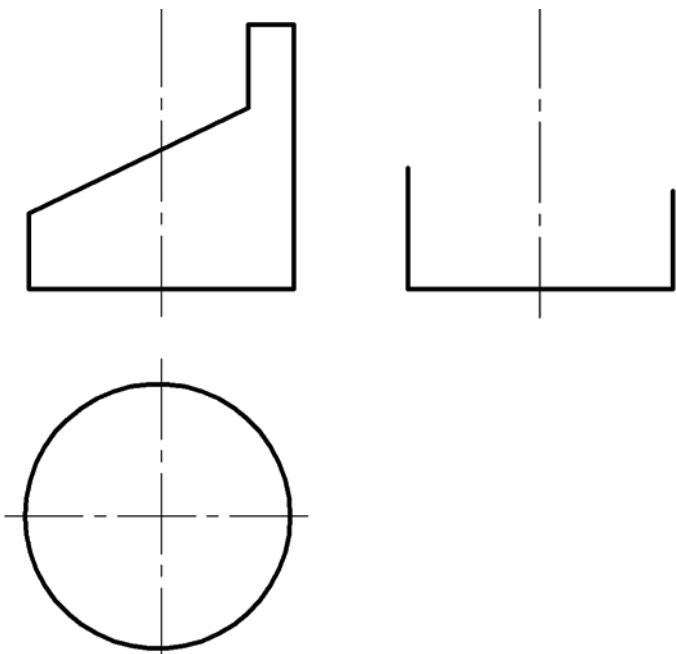
Побудова розгортки криволінійної поверхні (конус) з визначенням геодезичної лінії KM наведена на рис. 54.

— з'єднати на розгортці граничні точки відрізком прямої;
— визначити проміжні точки геодезичної лінії на розгортці та перенести їх на проекції;
— з'єднати отримані точки на проекціях поверхні кривою або ламаною лінією, в залежності від типу поверхні.

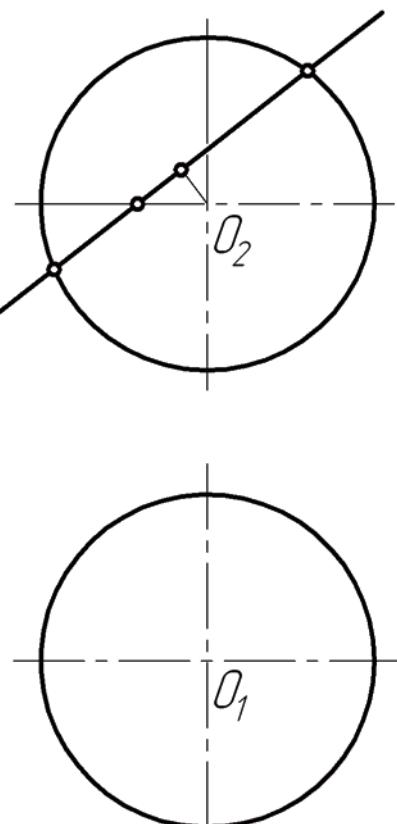


Домашні завдання

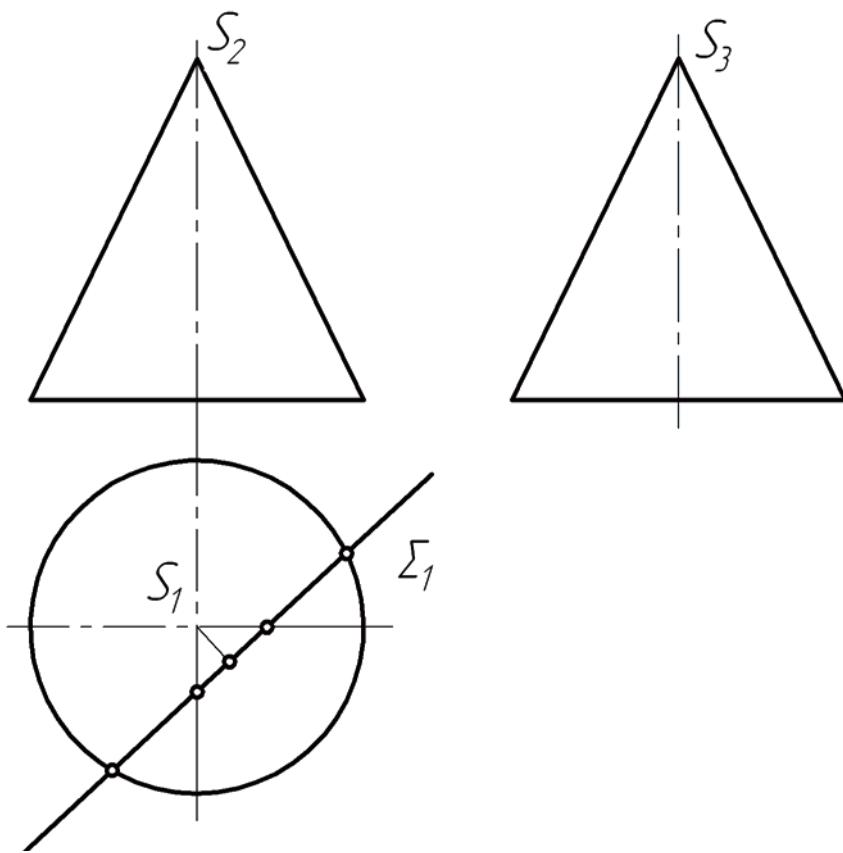
23. Побудувати проекції геометричного тіла.



24. Побудувати проекції лінії перетину сфери площиною.

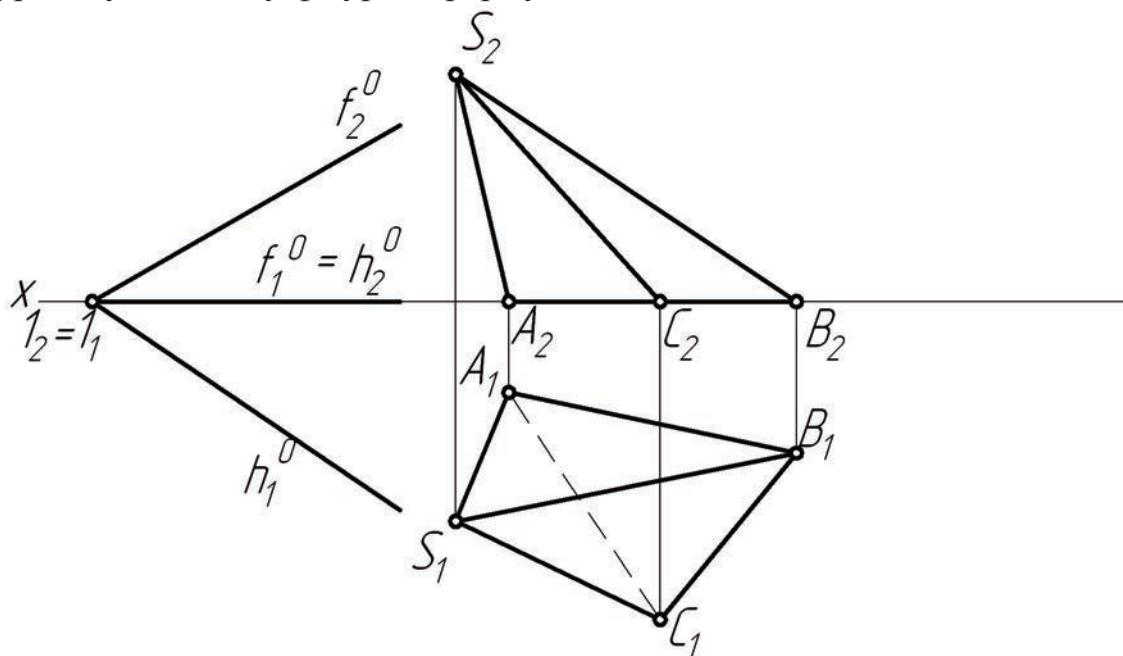


25. Побудувати проекції лінії перетину конуса площиною.

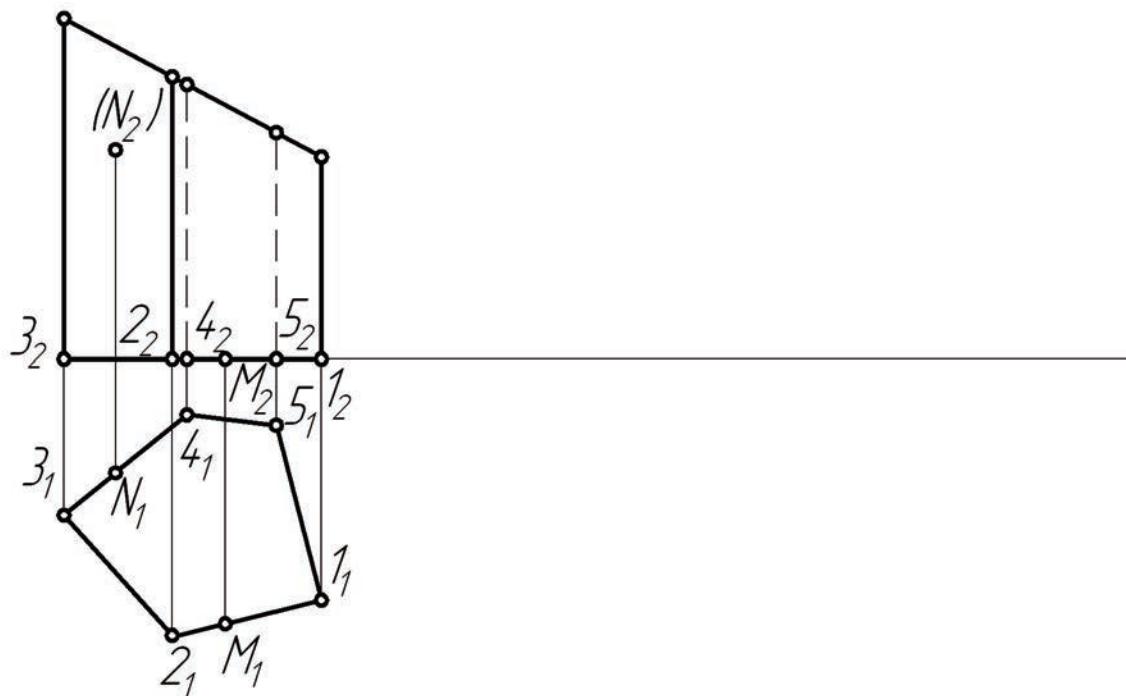


Аудиторні завдання

26. Побудувати проекції ліній перетину піраміди площиною загального положення.
Визначити натуральну величину фігури перерізу.



27. Визначити найкоротшу відстань між точками M і N по поверхні призми.



Тема 6. Перетин поверхонь площинами. Подвійне проникання

Основні теоретичні відомості Одинарне проникання

Задача полягає в побудові трьох проекцій геометричного тіла, яке обмежене гранною чи криволінійною поверхнею. Геометричне тіло, яке задане двома проекціями, перетинається наскрізним призматичним фронтально-проекціючим отвором.

Розглянемо розв'язання наведеної задачі на прикладі (рис. 55).

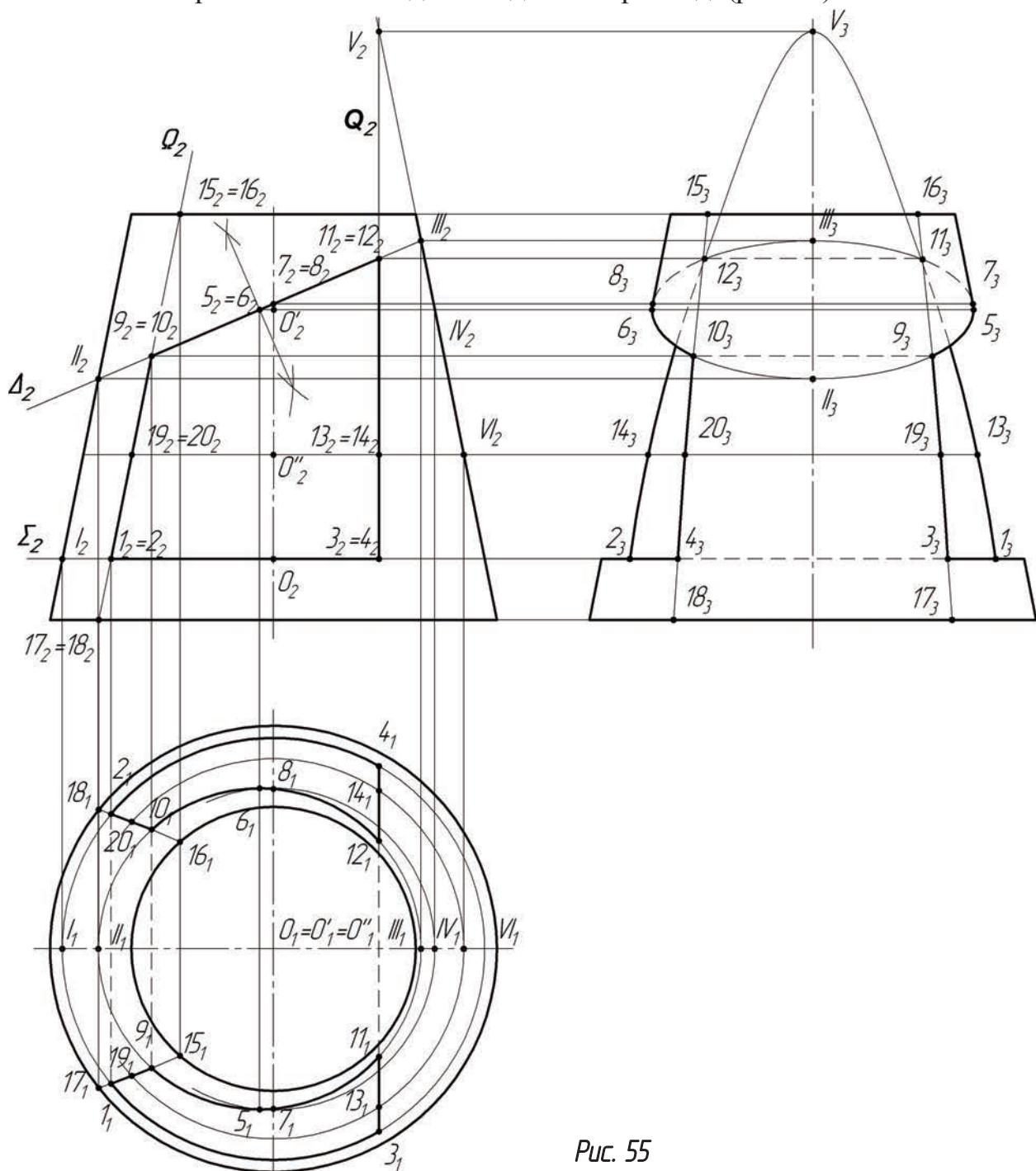


Рис. 55

Задачу розв'язують **методом повних перерізів** за таким алгоритмом.

1. Аналізують форму поверхні, що обмежує геометричне тіло.

На рис. 55 — це конічна поверхня. Отвір має форму чотирикутної фронтально-проекціючої призми.

2. Через кожну грань призматичного отвору проводять допоміжну фронтально-проекціючу площину $\{\Sigma, \Delta, \Theta, \Omega\}$. Потім тонкою суцільною лінією будують повний переріз конічної поверхні допоміжною площиною.

Проаналізуємо вигляд перерізів конічної поверхні кожною з чотирьох допоміжних площин.

Повний переріз конічної поверхні горизонтальною площею Σ дає коло радіуса $R=OI$, яке на P_1 проекціюється в натуральну величину, а на P_2 і P_3 — у горизонтальні відрізки довжиною $2R$.

Повний переріз конічної поверхні верхньою похилою площею Δ дає еліпс, одна з осей якого обмежена точками II та III , які знаходяться на перетині обрисних твірних конуса на P_2 з площею Δ . Фронтальна проекція другої осі цього еліпса 5_2-6_2 знаходиться посередині відрізка II_2-III_2 . Ще одна пара характерних точок 7 і 8 лінії перерізу знаходиться на перетині січної площини Δ та двох твірних, які є обрисом конуса на P_3 . Для побудови еліпса також визначені проміжні точки $9, 10, 11, 12$.

Площа Θ , яка проведена через праву грань отвору, перетинає конічну поверхню по гіперболі. Щоб побудувати вершину V гіперболи, продовжують праву обрисну на P_2 твірну конуса до перетину з площею Θ . Визначені також допоміжні точки $11, 12, 3, 4, 13$ і 14 , через які проходить гіпербола.

Площа Ω , яка проведена через ліву грань призматичного отвору, паралельна лівій твірній конуса. Вона перетинає конус по параболі. Оскільки побудова вершини підтримується за межі рисунку, визначені допоміжні точки $1, 2, 9, 10, 15, 16, 17, 18, 19, 20$, через які проведено дуги параболи.

Побудовані лінії повних перерізів проведені тонкими суцільними лініями.

3. На повних перерізах конічної поверхні виділяють частини, які належать граням призматичної поверхні.

Це дуги кола 1_3 і 2_4 що належать нижній грани, дуги еліпса 9_1 і 0_2 , що належать верхній грани, дуги гіперболи 3_1 і 4_2 , що належать правій грани, та дуги параболи 1_9 і 2_0 , що належать лівій грани отвору. Визначають їх видимість на кожній площині проекції. Видимі елементи позначають суцільною товстою основною лінією, невидимі — штриховою.

4. На обрисних твірних поверхні видаляють частини, що вирізані призматичним отвором. Це відрізки обрисних твірних конічної поверхні на P_3 , які обмежені точками 7 і 8 та нижньою гранню отвору.

5. Визначають ребра призматичної поверхні отвору.

Це відрізки $1-2, 3-4, 9-10$ та $11-12$. На P_1 та P_3 вони невидимі, тому зображені штриховою лінією.

Зображення геометричних тіл складної форми

Зображення на креслениках виконують відповідно за ГОСТ 2.305-68. Для виявлення форми предмета на креслениках застосовують **шість основних видів**, що утворюються проекціюванням на грани куба: вид спереду (головний вид), вид зверху, вид зліва, вид зправа, вид знизу, вид ззаду.

Вид — це зображення видимої спостерігачеві частини поверхні предмета.

Крім основних видів користуються **додатковими видами**, що утворюються проекціонням на площини, що не паралельні основним площинам проекцій, та **місцевими видами**, на яких показують обмежену частину поверхні предмета.

Для виявлення внутрішньої форми предмета на креслениках застосовують розрізи та перерізи.

Розрізом називається зображення предмета, який умовно розсічений однією або кількома площинами. Частина предмета, що розміщена між спостерігачем і січною площинною, умовно відкидається. В розрізі показують те, що розміщене в січній площині і за нею. Фігура, що розташована у січній площині, називається **перерізом** і виділяється штриховою.

Положення січної площини вказують розімкнутою лінією — слідом-проекцією січної площини, перпендикулярно до якої креслять стрілки, що вказують напрям зору. Обидві стрілки позначають однією і тією ж великою літерою. Розріз надписують на кресленику, наприклад, $A-A$, $B-B$ тощо (рис. 56).

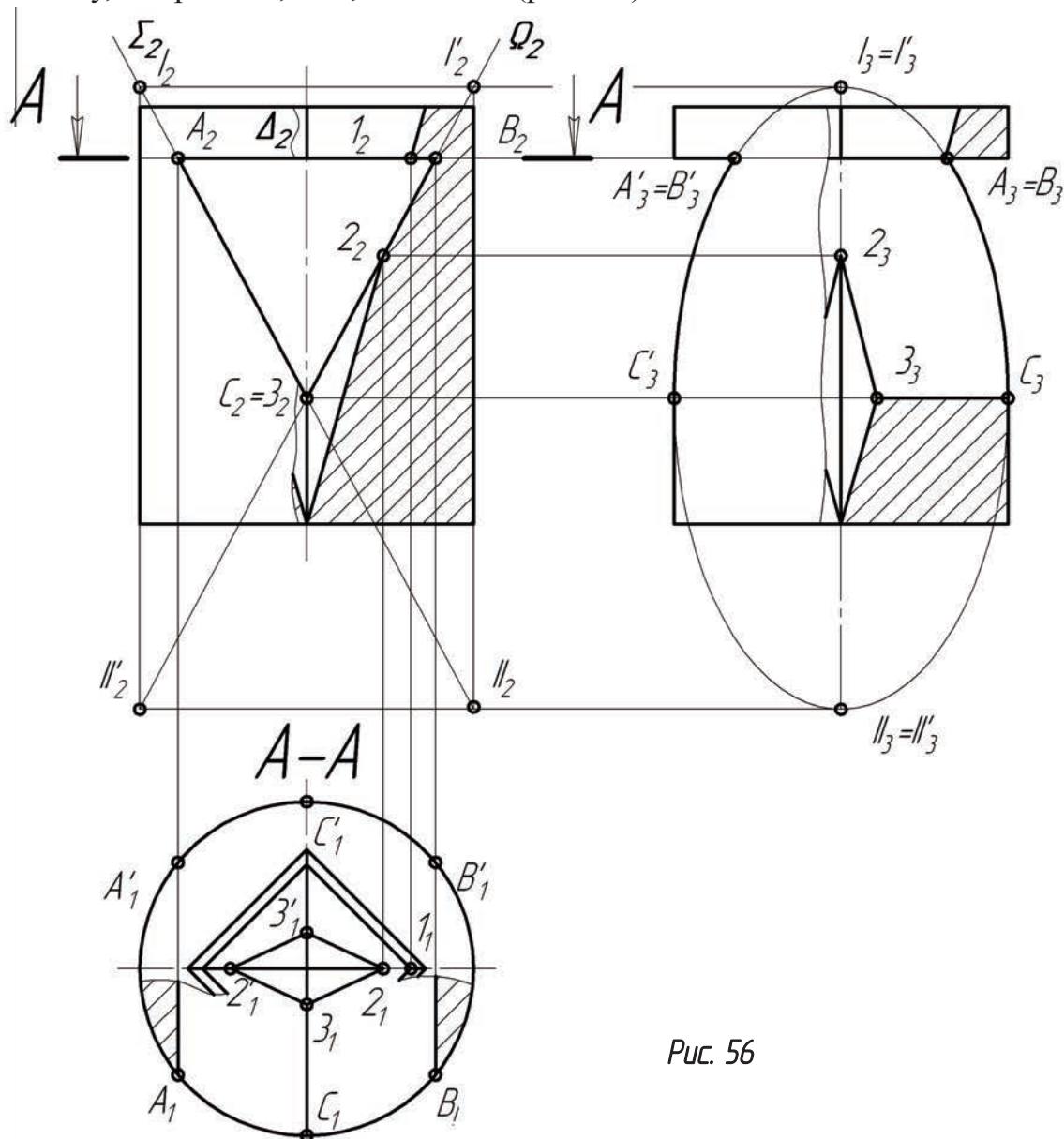


Рис. 56

Якщо січна площа збігається з площею симетрії предмета і розріз розміщений в проекційному зв'язку на відповідному основному виді, то положення січної площини не позначають і написом розріз не супроводжують.

Дозволяється на одному зображенні поєднувати половину розрізу з половиною виду, якщо обидва зображення симетричні відносно однієї і тієї ж осі, яка їх розділяє.

Якщо суцільна товста основна лінія зображення (наприклад, ребро) розташована на осі симетрії, між видом і розрізом проводять хвилясту лінію обриву.

Зображення на кресленику виконують в проекційному зв'язку, але лінії зв'язку не проводять, осі проекцій не показують. На кресленику наносять необхідні розміри.

Перетин поверхонь площинами. Подвійне проникання

Розглянемо алгоритм розв'язання задачі на прикладі, що наведений на рис. 56.

1. Аналізують графічну умову задачі та встановлюють форму поверхонь, що обмежують геометричне тіло.

Зовнішня поверхня тіла — циліндрична, а внутрішня — поверхня правильної чотирикутної піраміди. Призматичний отвір має в нормальному перерізі форму рівнобічного трикутника.

2. Будують вид зліва без врахування ліній перетину.

3. Розв'язують зовнішню задачу: будують лінії перетину зовнішньої поверхні геометричного тіла з призматичним отвором.

Для цього застосовують метод повних перерізів та залишають частини ліній перетину, що належать граням отвору.

На виді зліва видаляють частини обрисних твірних циліндра, які вирізані призматичним отвором.

4. Планують виконання розрізів для розкриття форми внутрішньої поверхні.

Так, на всіх трьох видах доцільно поєднати половину виду з половиною розрізу за допомогою тонкої хвилястої лінії, оскільки у даному випадку на всіх зображеннях геометричного тіла ребра піраміди розташовані на осіх симетрії. Площа горизонтального розрізу має бути проведена по найширшій частині отвору або по найширшій частині зовнішньої поверхні. У даному випадку розріз виконаний по верхній грани отвору. Два інших розрізи утворені січними площинами, які збігаються з площинами симетрії зображень.

5. Розв'язують внутрішню задачу: визначають лінію перетину правильної чотирикутної піраміди з призматичним отвором.

Оскільки гранні поверхні перетинаються по ламаній лінії, достатньо визначити вершини ламаної та з'єднати їх відрізками прямих. Тому повний переріз побудований лише для площини Δ , а для решти — тільки вершини 2, 2', 3 і 3'.

На видах зверху та зліва видаляють частини ребер піраміди, які вирізані призматичним отвором.

6. Визначають ребра призматичного отвору.

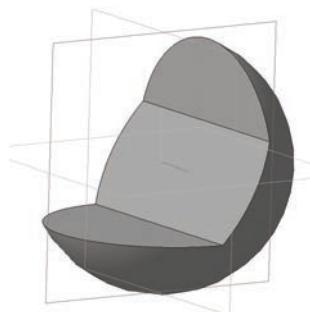
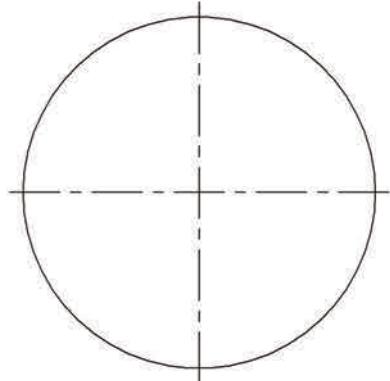
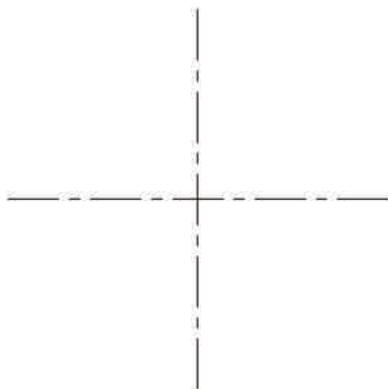
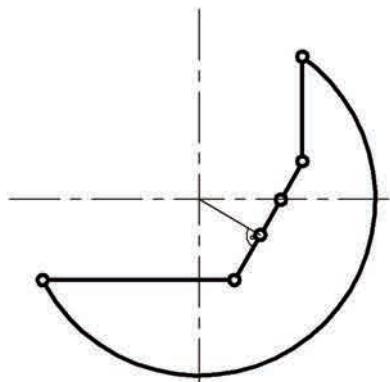
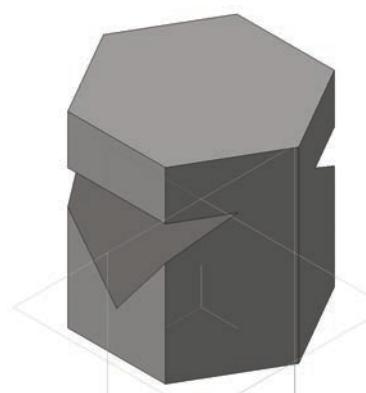
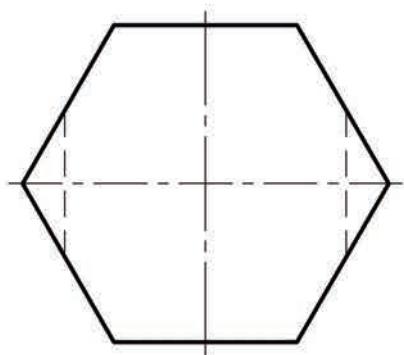
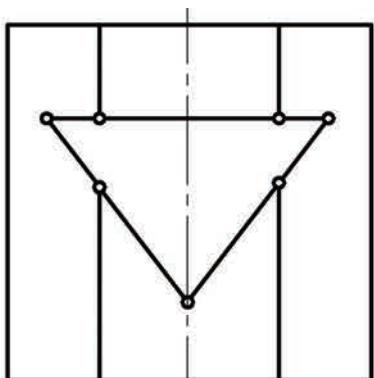
У даному випадку це ребра — $A-A'$, $B-B'$, $C-3$ і $C'-3'$. Суцільною товстою лінією наводять видимі відрізки цих ребер.

7. Остаточно оформлюють розрізи.

Виконуючи горизонтальний розріз, позначають положення січної площини $A-A$. Позначення фронтального та горизонтального розрізів не виконують. На всіх зображеннях наносять розміри та штриховку.

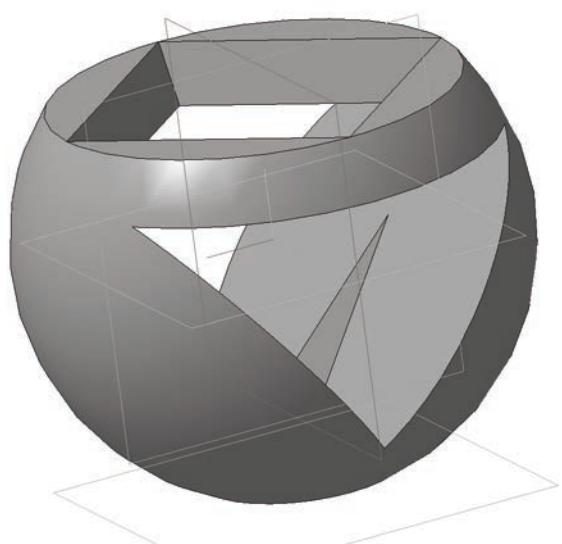
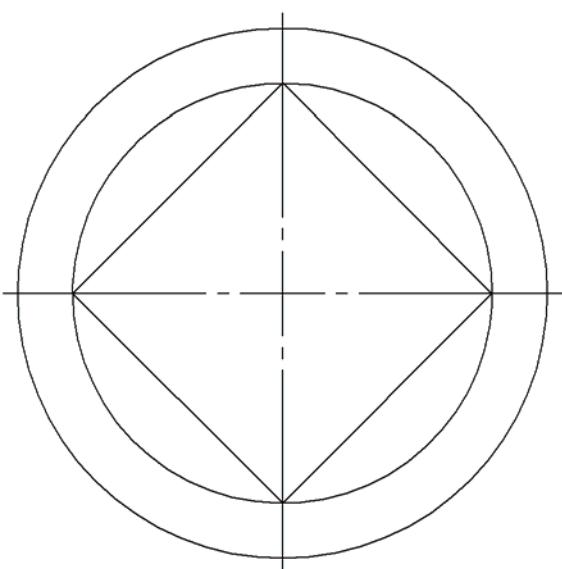
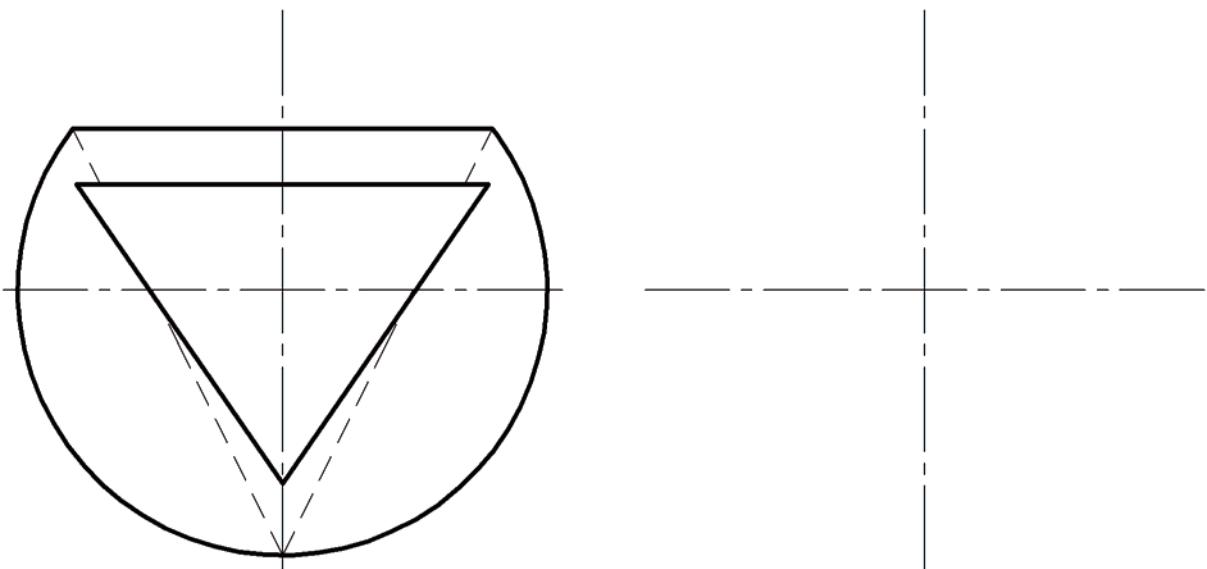
Домашні завдання

28. Побудувати три проекції наведених геометричних тіл.



Аудиторні завдання

29. Побудувати три проекції геометричного тіла. Виконати необхідні розрізи.



Тема 7. Перетин поверхонь

Основні теоретичні відомості

Лінією перетину поверхонь називається лінія, точки якої належать обом поверхням водночас. Її форма залежить від форми та взаємного положення поверхонь (рис. 57).

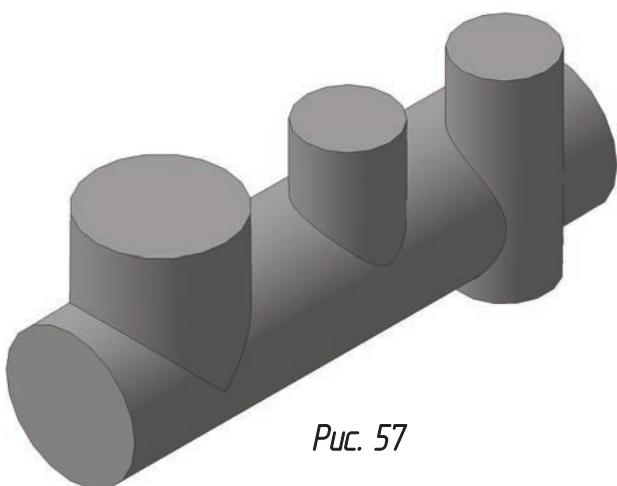


Рис. 57

Дві криві поверхні перетинаються по просторовій кривій лінії.

Лінія перетину двох гранних поверхонь — просторова ламана.

Лінія перетину кривої поверхні з гранню — просторова ламана, ланки якої — дуги плоских кривих.

Основний метод побудови ліній перетину поверхонь — метод поверхонь-посередників.

Алгоритм графічних побудов (рис. 58):

— вибрати посередники, які перетинають задані поверхні по найбільш простих лініях: прямих або колах;

— провести посередник Δ та побудувати лінії перетину посередника з обома заданими поверхнями: $m = \Delta \cap \Sigma, n = \Delta \cap \Omega$;

— визначити точки перетину побудованих ліній $K = m \cap n$; ці точки належать лінії перетину заданих поверхонь $K \in l$;

— вибрати новий посередник та повторювати вище вказані дії, поки не буде одержано достатньо точок для побудови лінії l перетину поверхонь;

— з'єднати одержані точки, враховуючи видимість окремих частин лінії перетину.

Побудову лінії перетину слід починати з визначення характерних точок, до яких відносяться точки на обрисах поверхонь, точки найвищі і найнижчі, крайні ліві і крайні праві на усіх проекціях.

Побудова ліній перетину поверхонь за допомогою посередників-площин окремого положення

На рис. 59, 60 наведено побудову лінії перетину поверхонь конуса і циліндра.

Посередники:

— горизонтальні площини $\Sigma(\Sigma_2), \Delta(\Delta_2)$. Ці площини перетинають конус по колах, а циліндр — по прямих (твірні);

— фронтальна площа $\Omega(\Omega_1)$, яка перетинає поверхні по обрисах на фронтальній проекції.

Характерні точки перетину: на горизонтальній проекції — точки 3_1 і 4_1 , які належать обрису циліндра (посередник — пло-

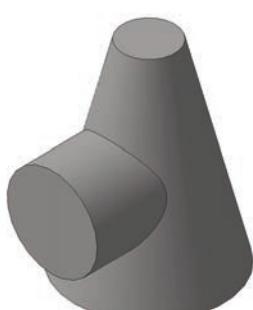


Рис. 59

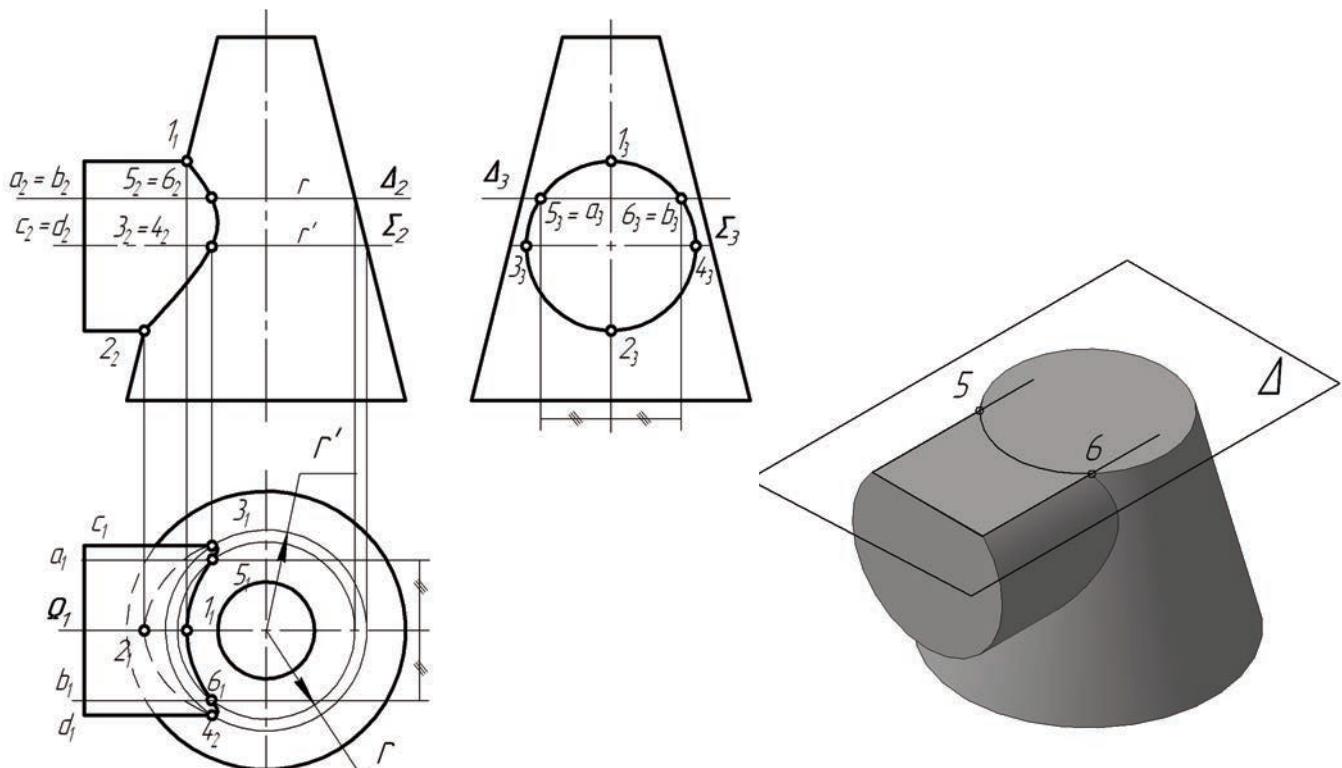


Рис. 60

щина $\Sigma(\Sigma_2)$); на фронтальній проекції точки 1_2 і 2_2 , що побудовані за допомогою площини $\Omega(\Omega_1)$.

Побудова ліній перетину поверхонь за допомогою сферичних посередників

Для використання сферичних поверхонь як посередників необхідна наявність наступних умов:

- обидві поверхні, що перетинаються, — поверхні обертання;
- вісі поверхонь перетинаються;
- вісі поверхонь паралельні одній площині проекцій.

Якщо центр сфери належить осі довільної поверхні обертання, то поверхні перетинаються по колах, які на одній площині проекцій зображуються відрізками прямих (рис.61), що зручно для їх застосування як посередників при визначення лінії перетину поверхонь обертання.

На рис. 62 наведено приклад визначення лінії перетину двох конічних поверхонь із застосуванням сферичних посередників.

Центри сфер-посередників знаходяться в точці $O(O_1, O_2)$ перетину осей заданих конічних поверхонь. Сфера Δ' найменшого радіуса R_{min} дотикається до однією з поверхонь, а іншу перетинає. З її допомогою визначені точки 3 і 4.

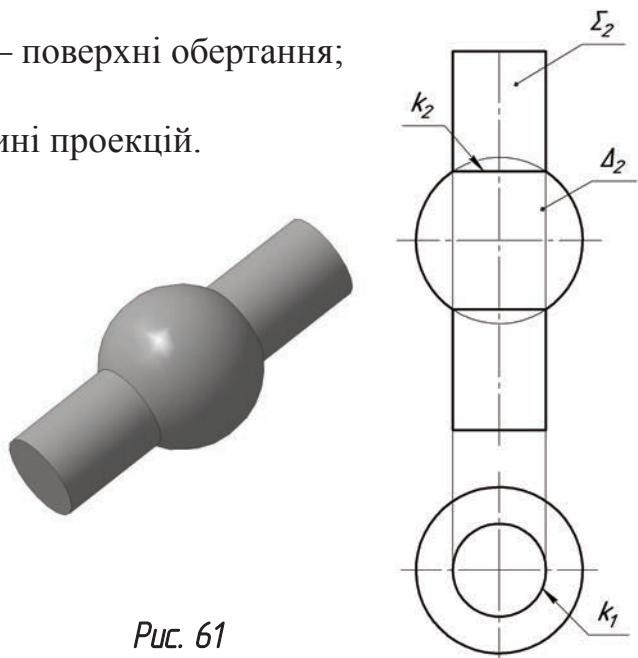


Рис. 61



Сфера Δ максимального радіуса R_{max} проходить через найвіддаленішу точку перетину обрисів поверхонь. З її допомогою визначена точка 1. Оскільки обидві поверхні мають спільну фронтальну площину симетрії, їх обриси на фронтальній проекції перетинаються. Тому сферу максимального радіуса можна не будувати, а безпосередньо визначити точки перетину обрисів на P_2 . Це точки 1 і 2.

На рис. 62 наведена сфера Δ'' проміжного радіуса, яка визначає точки 7 і 8.

Горизонтальні проекції точок 3, 4, 7 і 8 побудовані за допомогою паралелей зrzаного конуса.

Для визначення точок на обрисі конуса з похилою віссю проведена горизонтально-проекціююча площа $\Sigma(\Sigma_1)$ через одну з обрисних твірних.

Ця площа перетинає обидві поверхні по твірних і визначає точки 5 і 6.

Отримані точки з'єднані кривою лінією з урахуванням видимості.

Окремі випадки

Теорема Монжа. Якщо дві поверхні другого порядку описані навколо третьої поверхні другого порядку (або вписані в неї), то лінія їх перетину розпадається на дві плоскі криві другого порядку (рис.63).

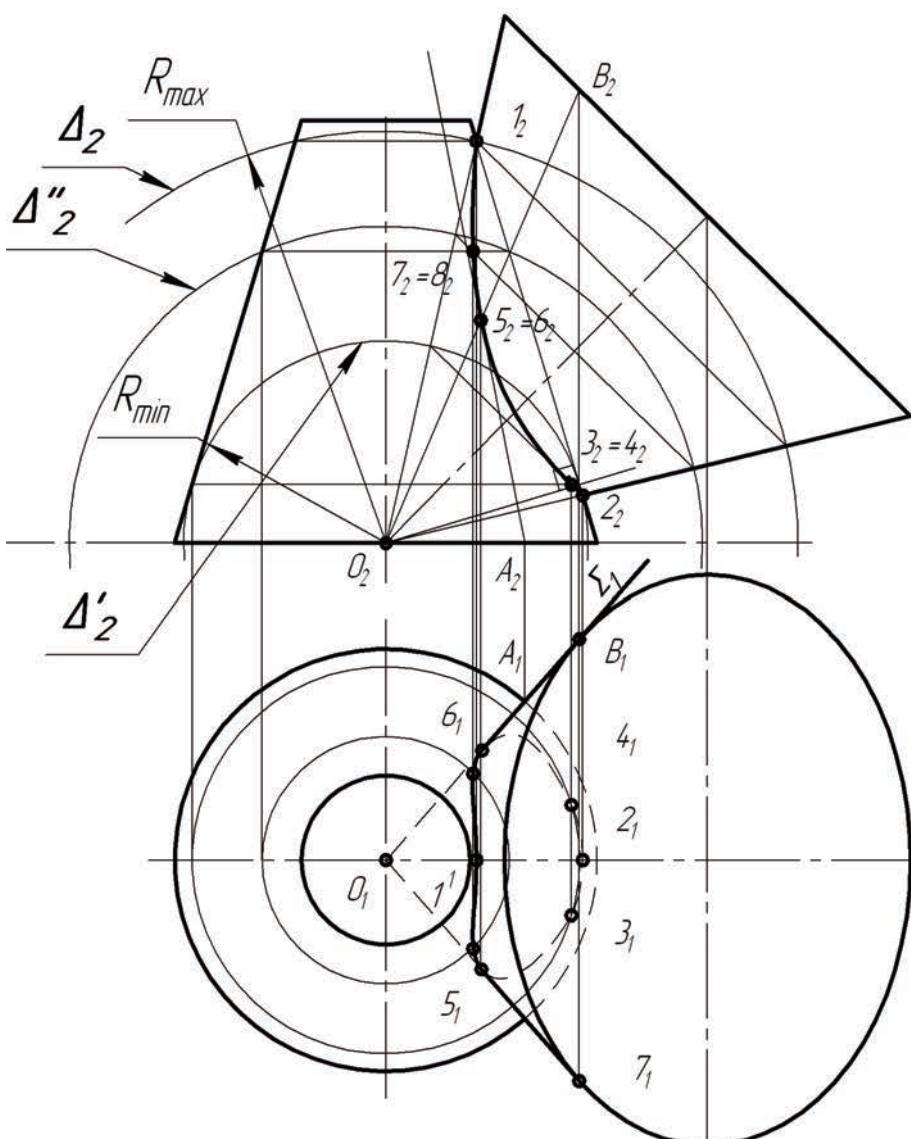


Рис. 62

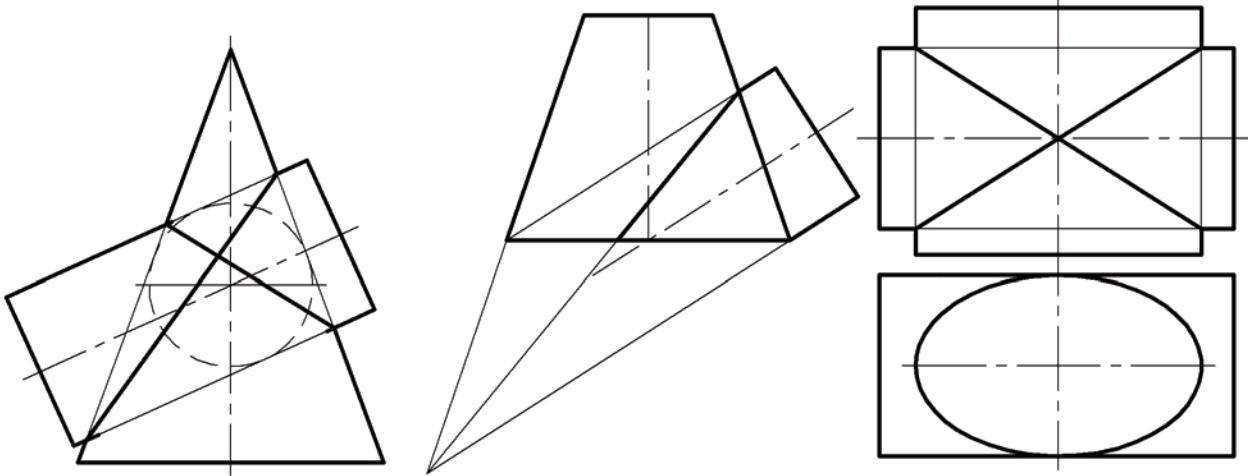
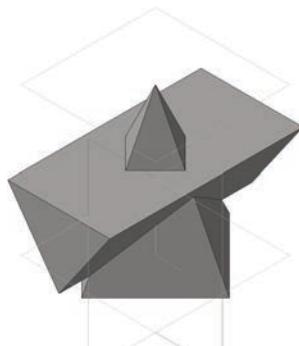
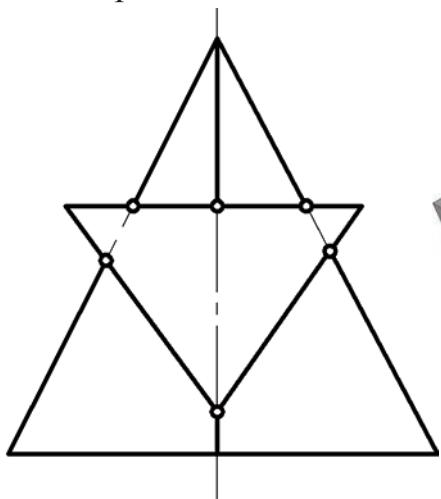


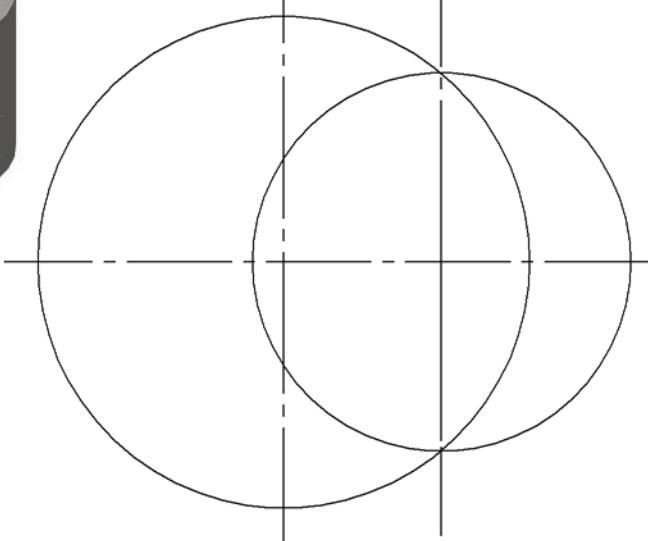
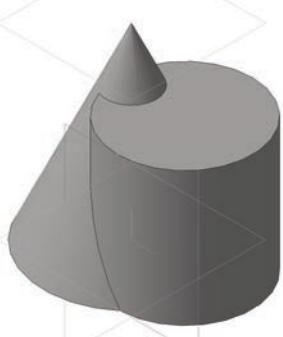
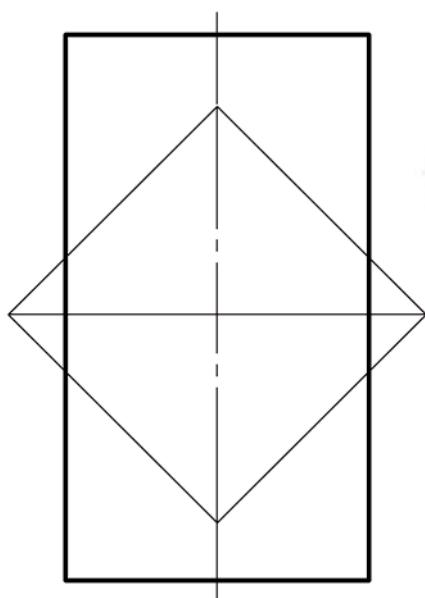
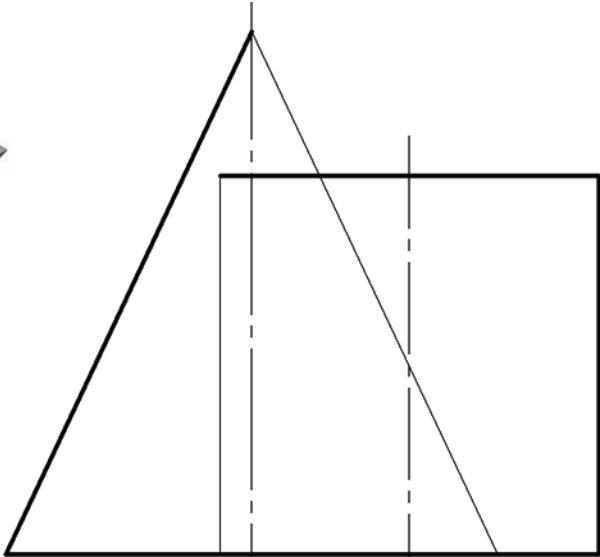
Рис. 63

Домашні завдання

30. Побудувати лінію перетину
граничних поверхонь, позначити її
вершини.

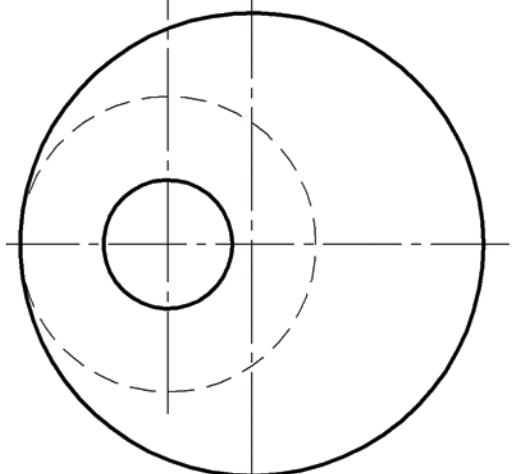
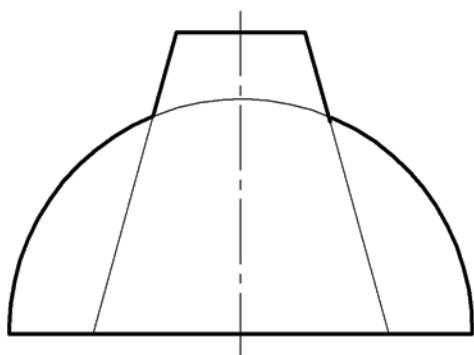
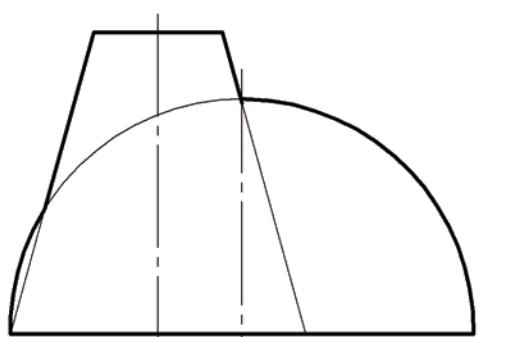
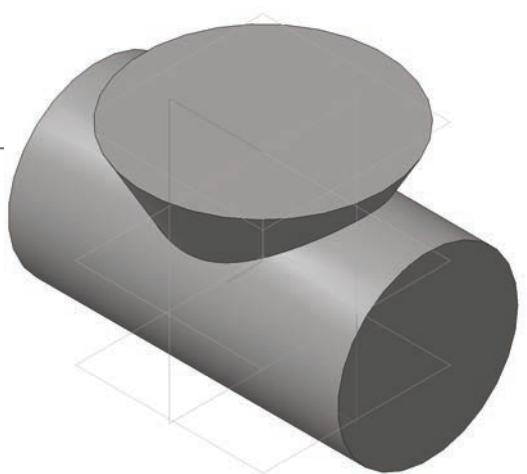
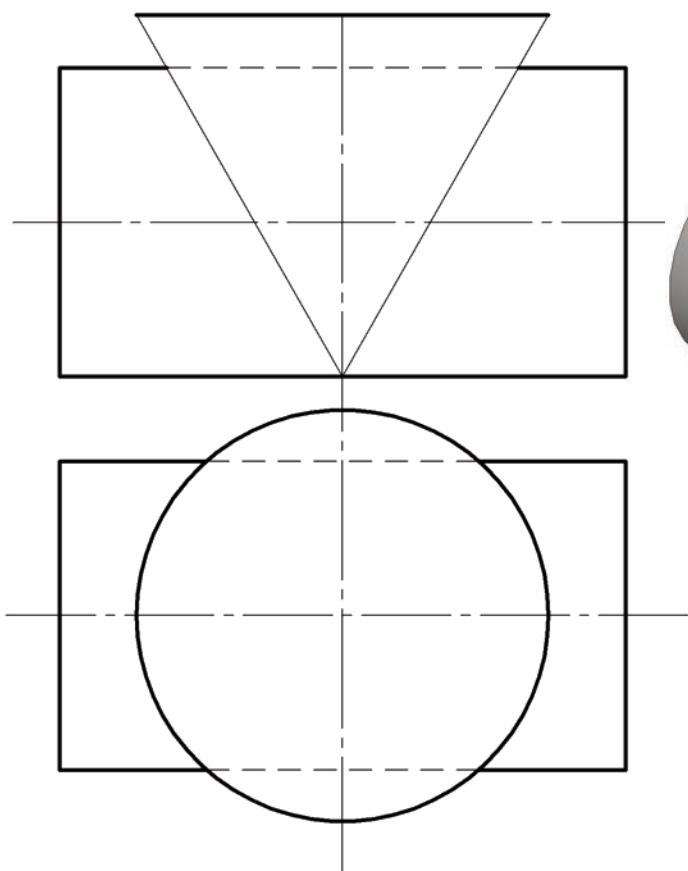


31. Побудувати лінію перетину кривих по-
верхонь, позначити її характерні точки.



Аудиторні завдання

32. Побудувати лінії перетину поверхонь. Визначити їх видимості.



Розрахунково-графічна робота

Завдання 1*

Побудувати проекції кола, яке описане навколо трикутника ΔMNL , що належить площині окремого положення Δ .

Визначити та записати:

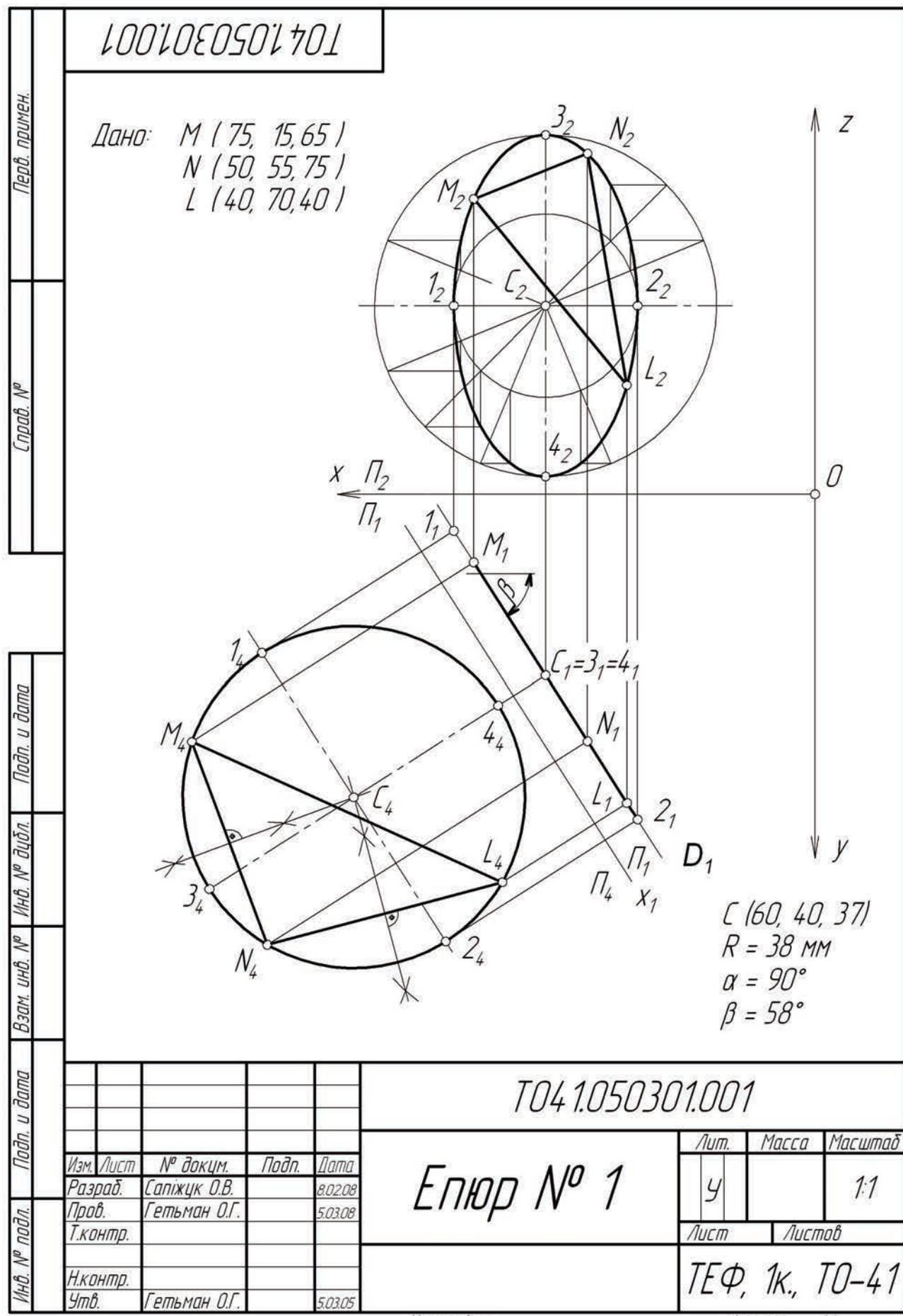
- координати центра кола C ;
- величину радіуса кола R ;
- кути між площиною трикутника і площинами проекцій Π_1 і Π_2 .

Завдання виконати на форматі $A4$ в масштабі 1:1. Координати точок M , N та L взяти з таблиці.

Вар.№	Координати точок			Вар.№	Координати точок		
	$M(X,Y,Z)$	$N(X,Y,Z)$	$L(X,Y,Z)$		$M(X,Y,Z)$	$N(X,Y,Z)$	$L(X,Y,Z)$
1	75, 15, 70	50, Y, 80	40, 70, 35	17	75, 60, 15	50, 70, Z	40, 25, 70
2	80, 20, 70	55, Y, 80	45, 75, 35	18	80, 60, 20	55, 70, Z	45, 25, 75
3	75, 15, 60	50, Y, 10	40, 70, 25	19	75, 60, 15	50, 10, Z	40, 25, 70
4	80, 20, 60	55, Y, 10	45, 75, 25	20	80, 60, 20	55, 10, Z	45, 25, 75
5	20, 40, 60	50, Y, 5	70, 10, 20	21	20, 60, 40	50, 5, Z	70, 20, 10
6	25, 45, 60	55, Y, 5	75, 15, 20	22	25, 60, 45	55, 5, Z	75, 20, 15
7	20, 40, 60	50, Y, 75	70, 10, 20	23	20, 60, 40	50, 75, Z	70, 20, 10
8	25, 45, 60	55, Y, 75	75, 15, 20	24	25, 60, 45	55, 75, Z	75, 20, 15
9	15, 15, 65	40, Y, 75	50, 70, 30	25	15, 70, 15	40, 80, Z	50, 35, 70
10	20, 20, 65	45, Y, 75	55, 75, 30	26	20, 70, 20	45, 80, Z	55, 35, 75
11	15, 15, 60	40, Y, 10	50, 70, 25	27	15, 60, 15	40, 10, Z	50, 25, 70
12	20, 20, 60	45, Y, 10	55, 75, 25	28	20, 60, 20	45, 10, Z	55, 25, 75
13	70, 40, 60	40, Y, 5	20, 10, 20	29	70, 60, 40	40, 5, Z	20, 20, 10
14	75, 45, 60	45, Y, 5	25, 15, 20	30	75, 60, 45	45, 5, Z	25, 20, 15
15	70, 40, 60	40, Y, 75	20, 10, 20	31	70, 60, 40	40, 75, Z	20, 20, 10
16	75, 45, 60	45, Y, 75	25, 15, 20	32	75, 60, 45	45, 75, Z	25, 20, 15

* Завдання №1 та зразок виконання цієї роботи розроблено викладачем Коломиець Н.Я.

Приклад виконання завдання 1



Завдання 2

Накреслити три зображення деталі з розрізами.

Виконати зображення деталі в прямоугільній ізометрії для парних варіантів або в прямоугільній диметрії для непарних варіантів з вирізом передньої лівої частини координатними площинами.

Номер варіанта		№ рис.	a	b	c	d	d_1	d_2
1	16	рис.1	70	95	5	50	45	40
2	17		75	90	8	45	40	50
3	18		80	100	10	40	45	50
4	19		70	90	5	45	40	50
5	20	рис.2	75	95	8	40	45	55
6	21		80	98	12	40	50	45
7	22		70	105	5	45	40	55
8	23		75	95	8	40	45	35
9	24	рис.1	80	95	10	55	45	50
10	25		70	90	5	35	45	40
11	26		75	90	10	35	40	45
12	27		80	98	10	45	40	50
13	28	рис.2	70	90	5	35	45	50
14	29		75	95	5	45	40	35
15	30		80	100	10	50	45	40

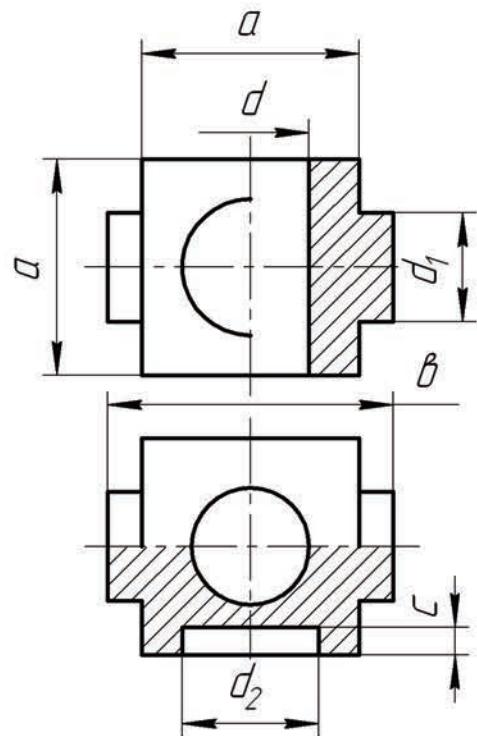


Рис.1

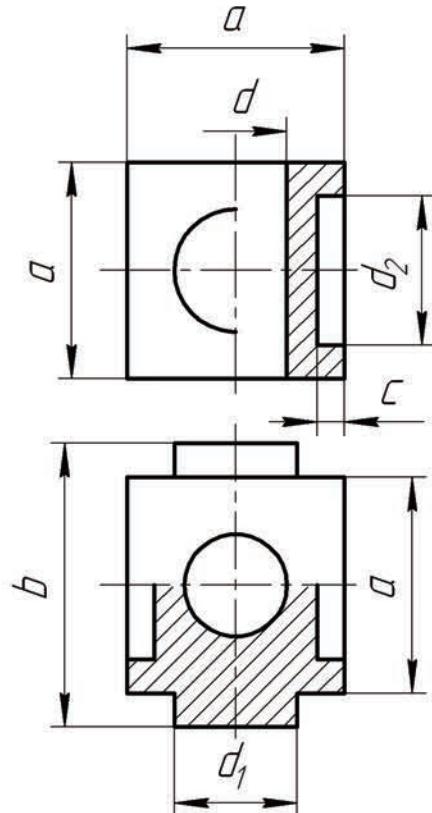
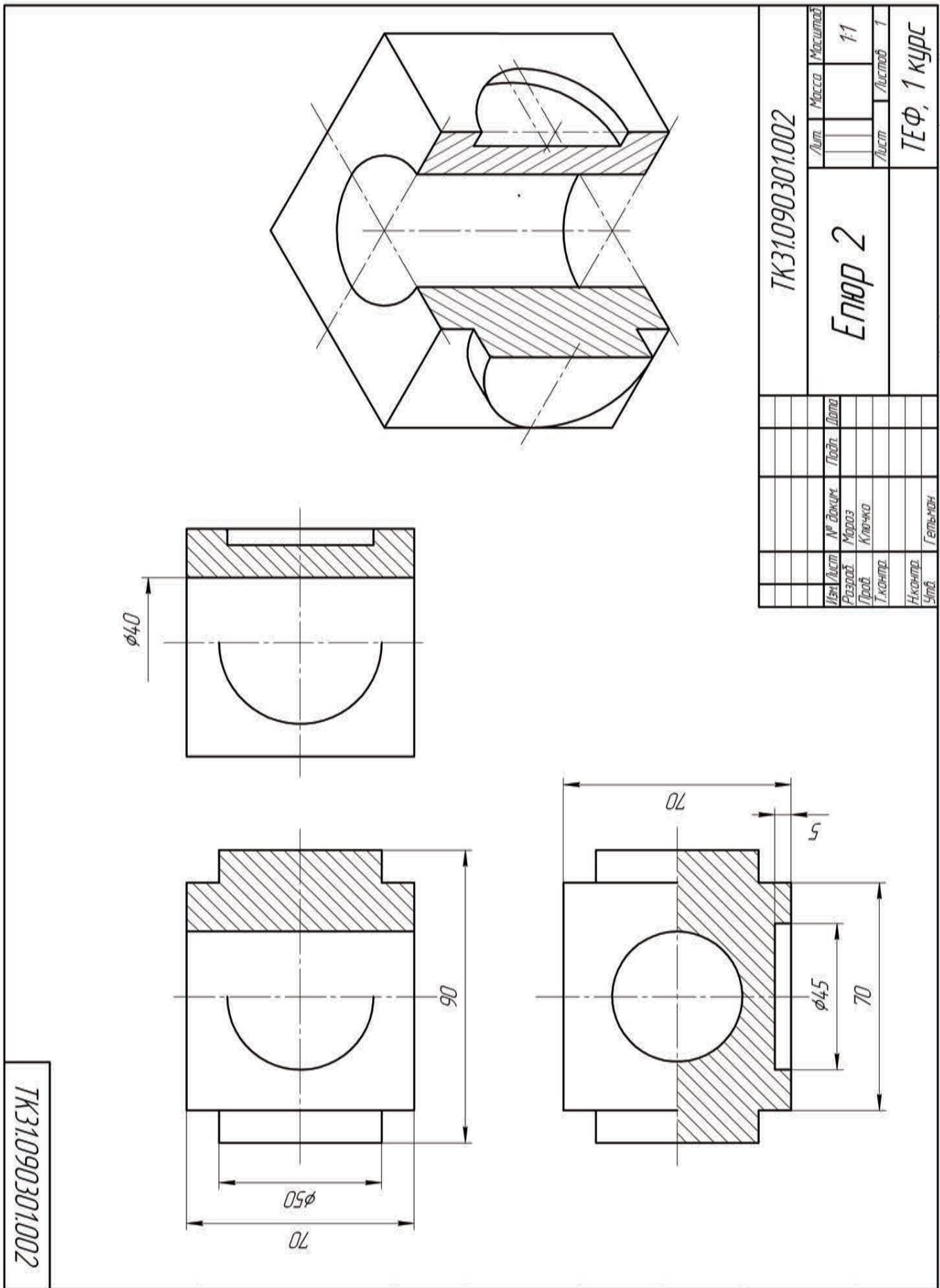


Рис.2

Приклад виконання завдання 2



Завдання 3

Задача 1.

Побудувати дві проекції прямого кругового конуса висотою h і основою з центром в точці $O(O_1, O_2)$ діаметра D , якщо вона розташована у площині Σ . Значення параметрів наведені в табл.3.1.

Таблиця 3.1

Номер варіанта	Номер рисунка	Діаметр основи D	Висота h	Кут нахилу площини Σ		$O(x,y,z)$
				α	β	
1	16	рис.1	50	50	30°	$O(70, 35, 40)$
2	17		50	40	-30°	
3	18		50	45	60°	
4	19		50	55	-60°	
5	20	рис.2	50	60	30°	$O(70, 35, 40)$
6	21		50	50	-30°	
7	22		45	40	60°	
8	23		45	55	-60°	
9	24	рис.1	45	40	30°	$O(60, 50, 50)$
10	25		45	50	-30°	
11	26		60	60	60°	
12	27		60	55	-60°	
13	28	рис.2	60	45	30°	$O(60, 50, 50)$
14	29		60	40	-30°	
15	30		60	50	60°	

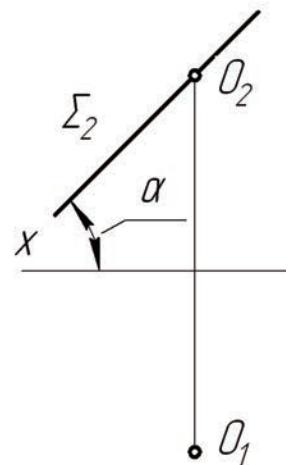


Рис. 1

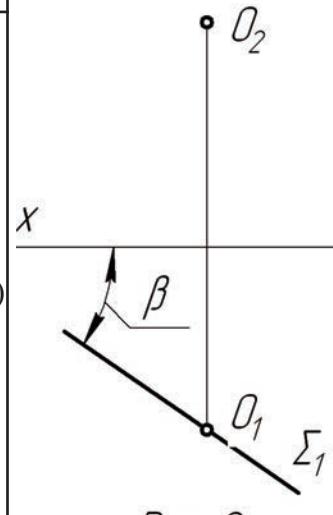
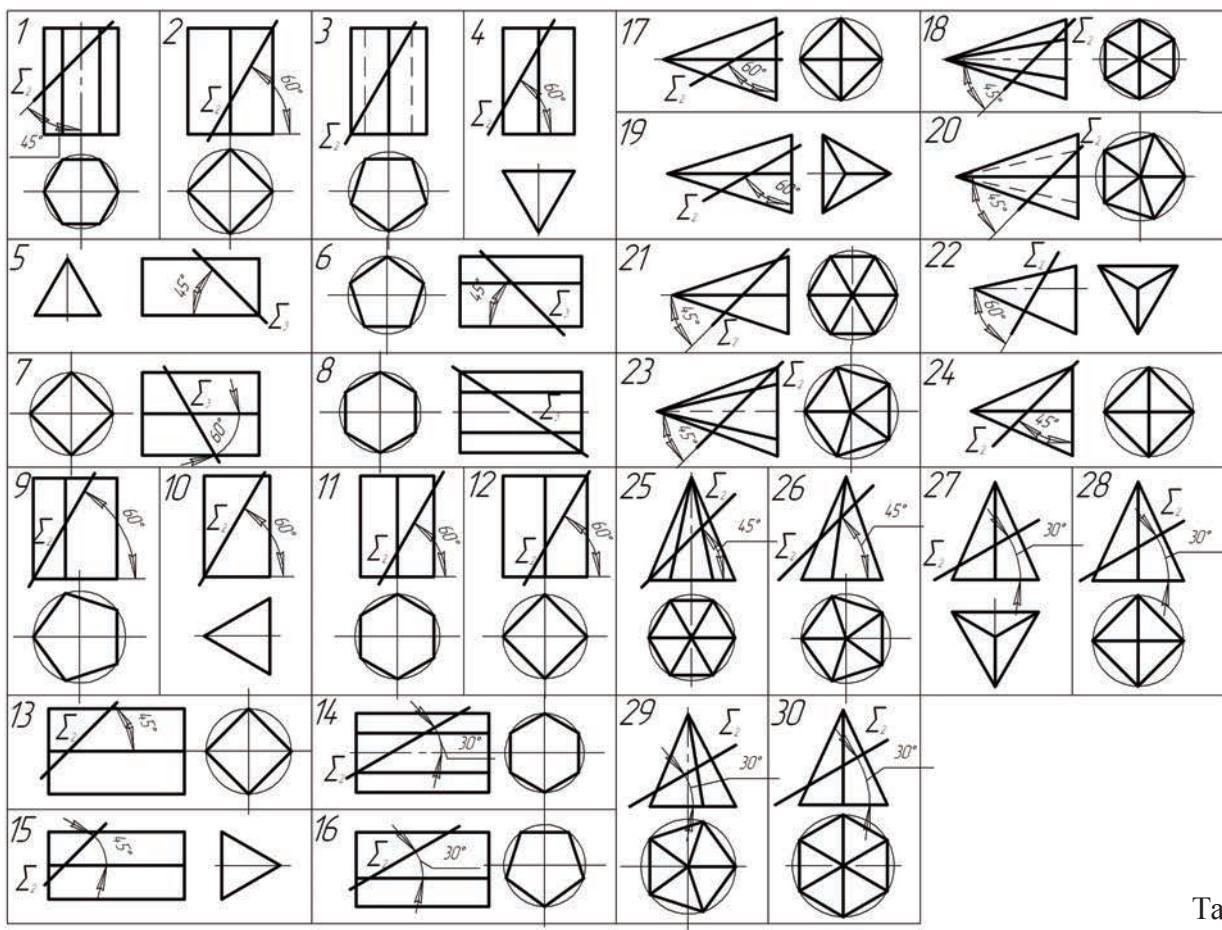


Рис. 2

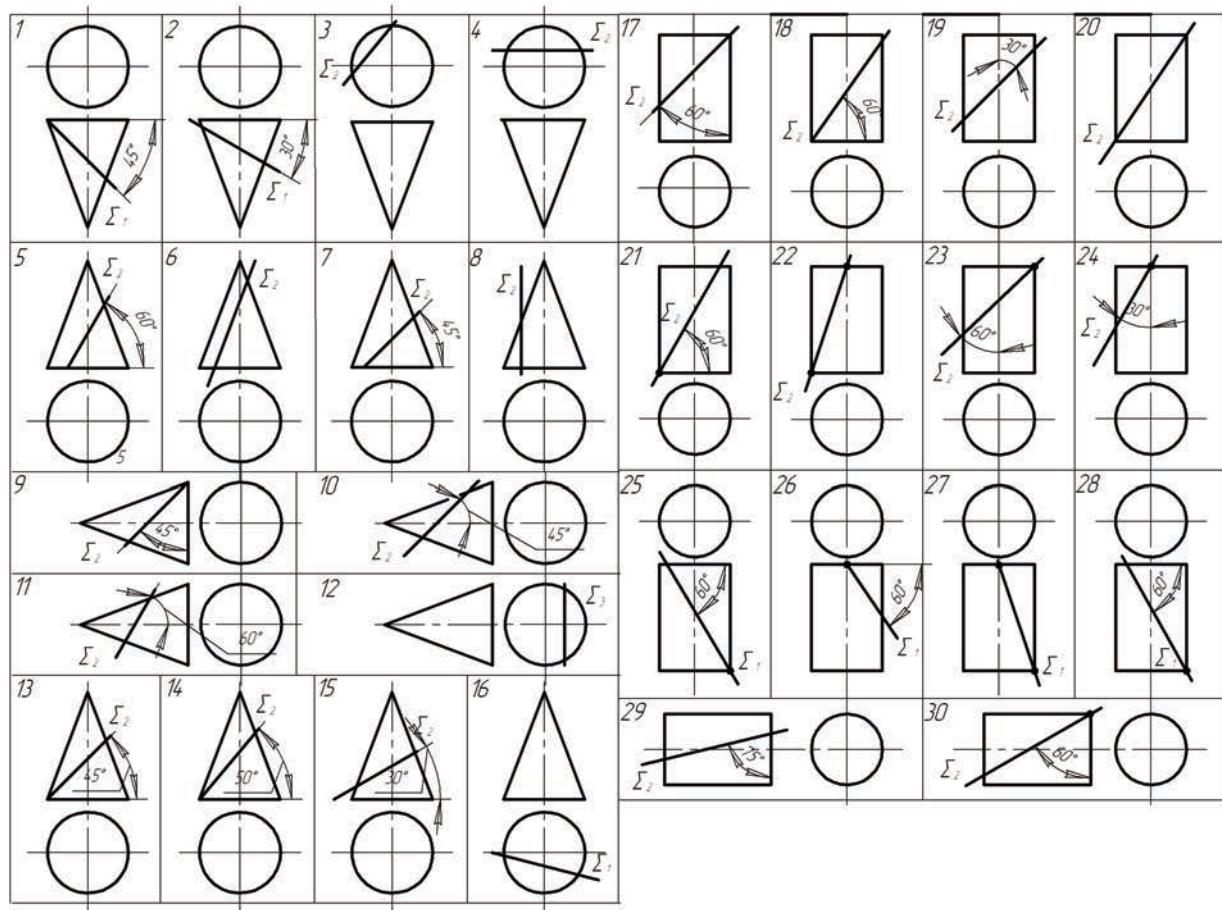
Задача 2.

Побудувати проекції ліній перетину двох поверхонь площинною та натуральну величину однієї з фігур перерізу. Поверхні та положення площини наведені в табл.3.2 та табл.3.3.

Таблиця 3.2

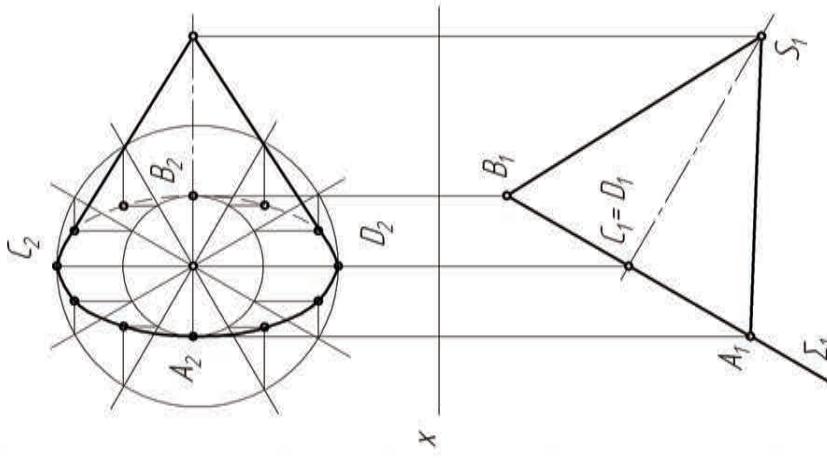


Таблиця 3.3

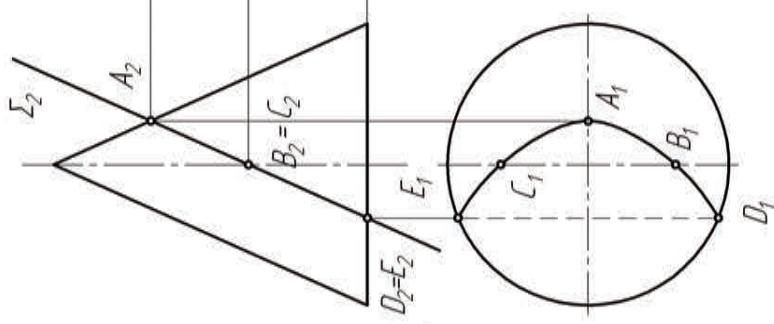


Приклад виконання завдання 3

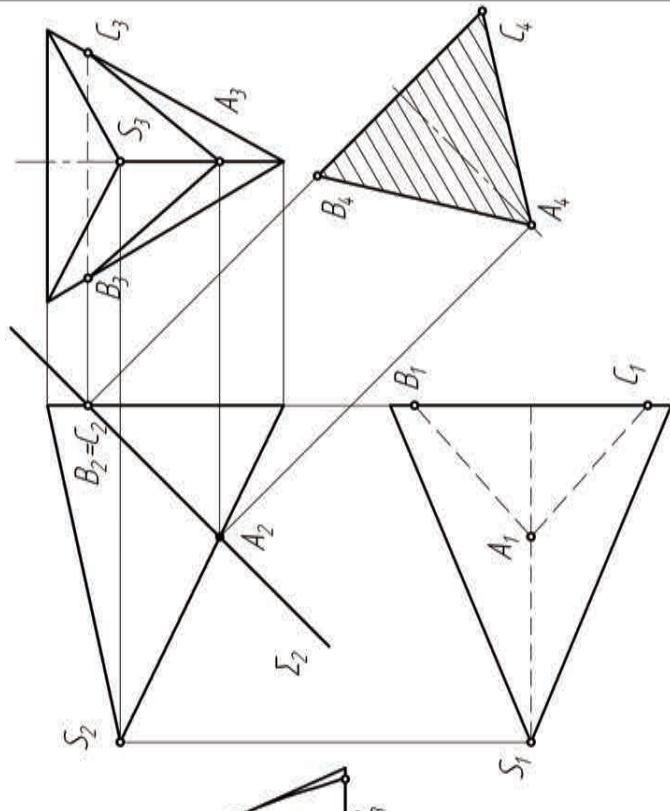
Задача 1



Задача 2



Задача 3



№	Міст	№	Джоків	Інвін	Інвін	Лист	Маска	Маска
Розробд	Каш							
Прибд	Романюб							
Г.контр								
Н.контр								
Чтврт	Гетьманов							

TB31070301003

Енор 3

Лист 1

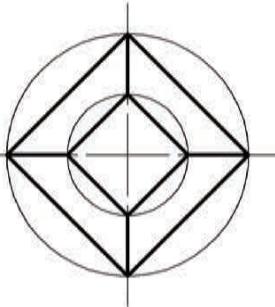
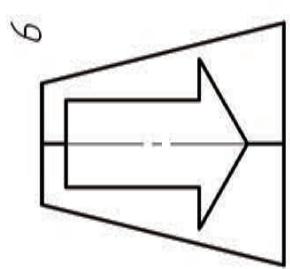
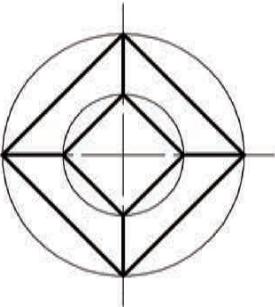
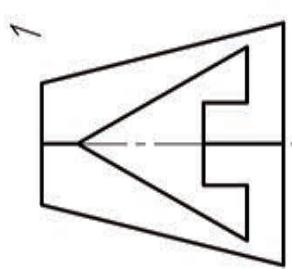
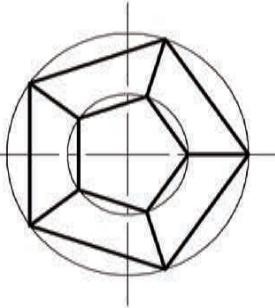
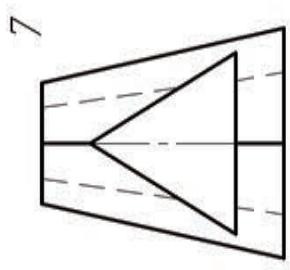
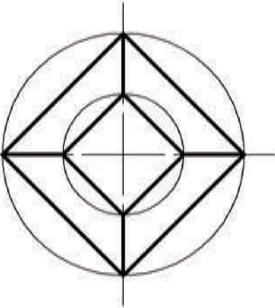
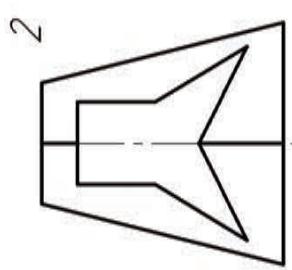
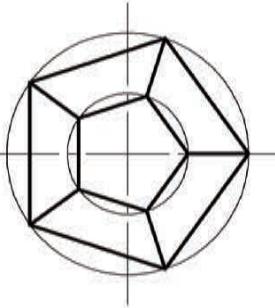
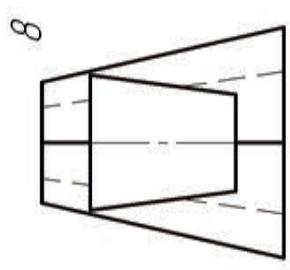
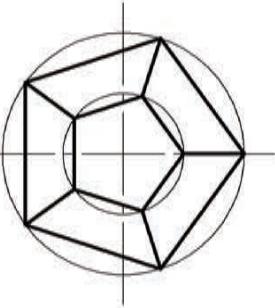
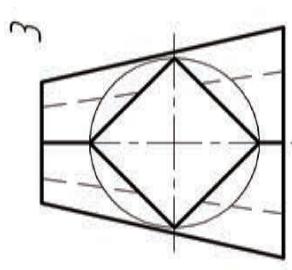
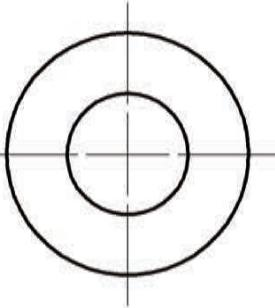
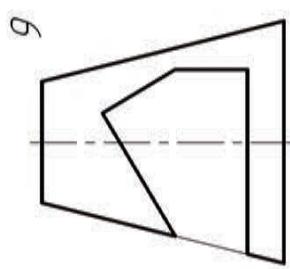
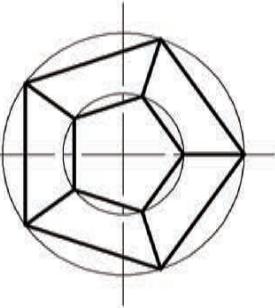
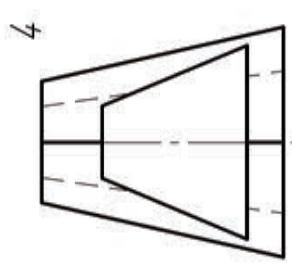
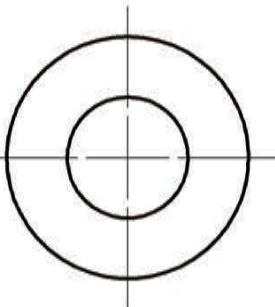
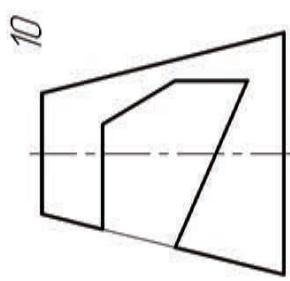
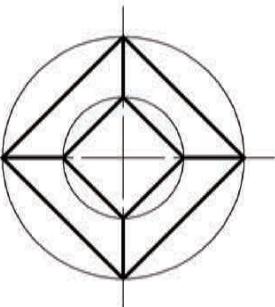
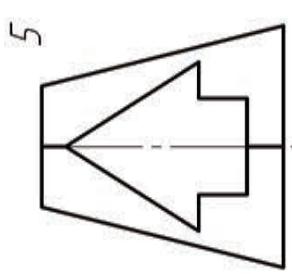
Маска 11

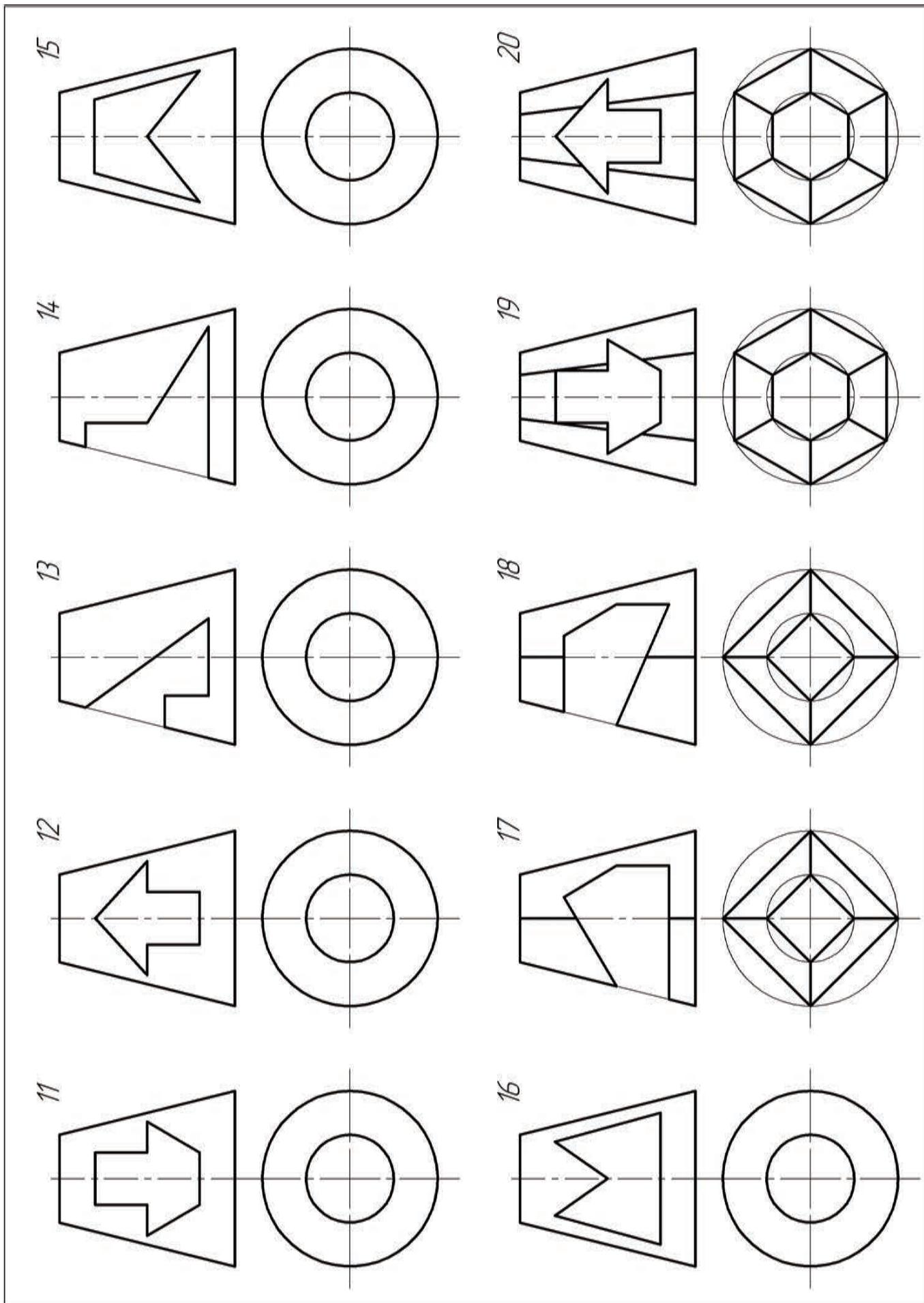
Маска 1

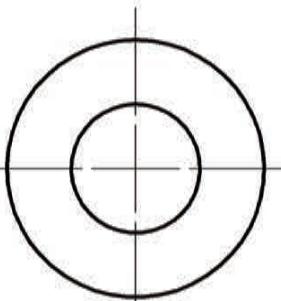
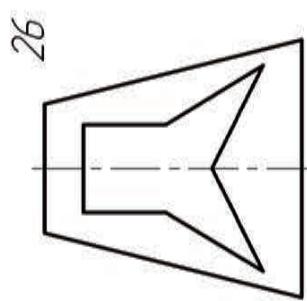
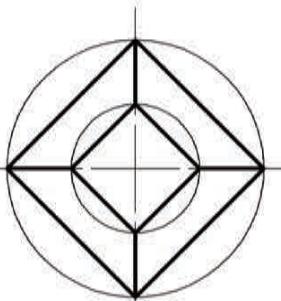
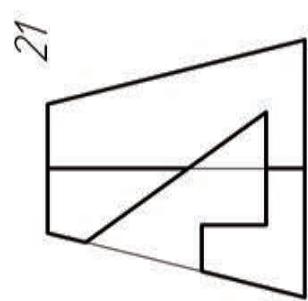
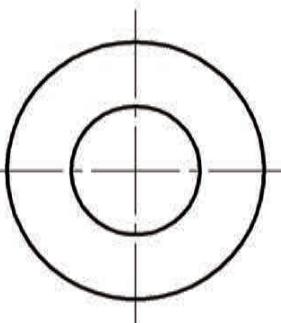
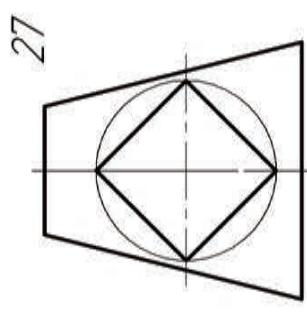
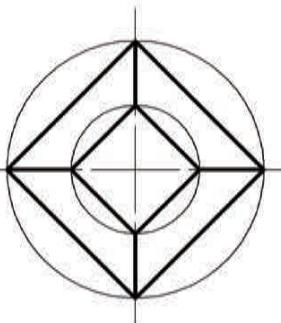
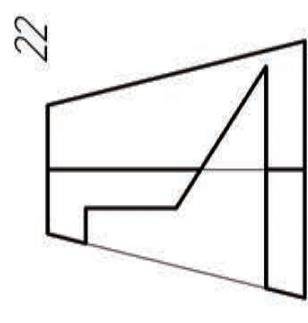
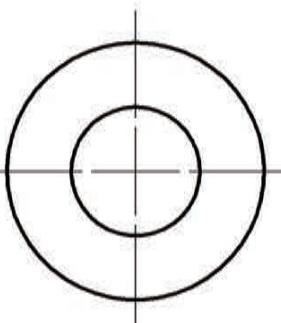
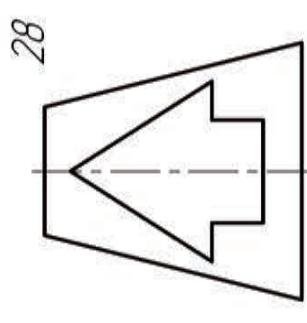
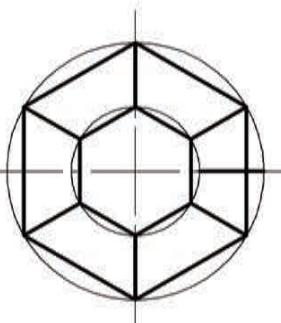
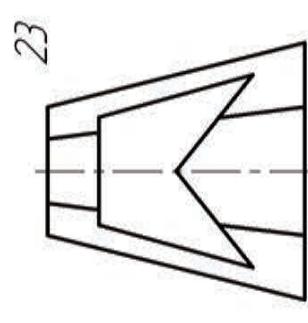
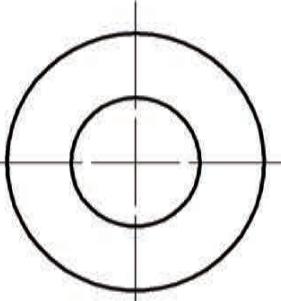
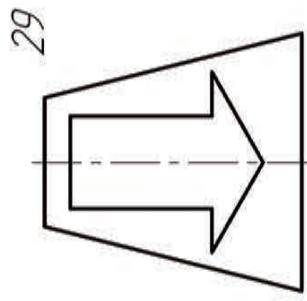
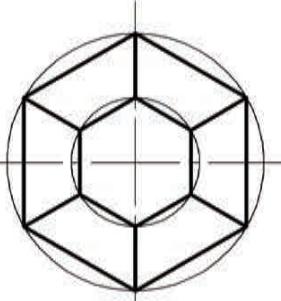
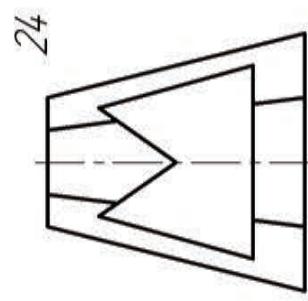
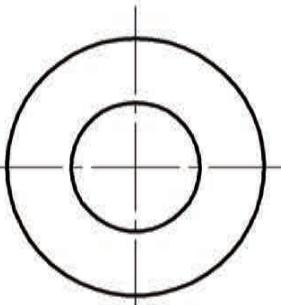
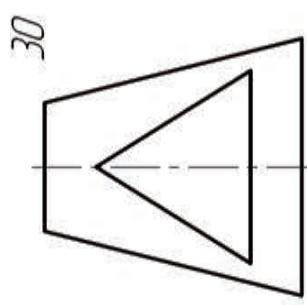
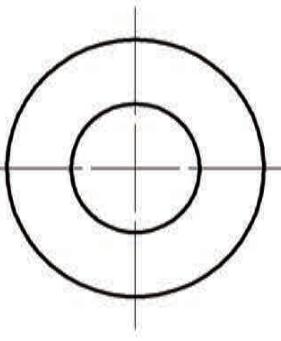
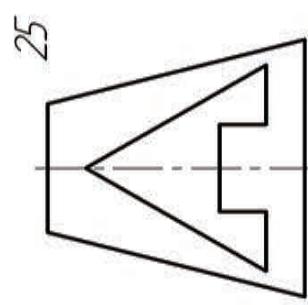
TEΦ 1 курс

Завдання 4

Побудувати три проекції геометричного тіла. Нанести розміри.

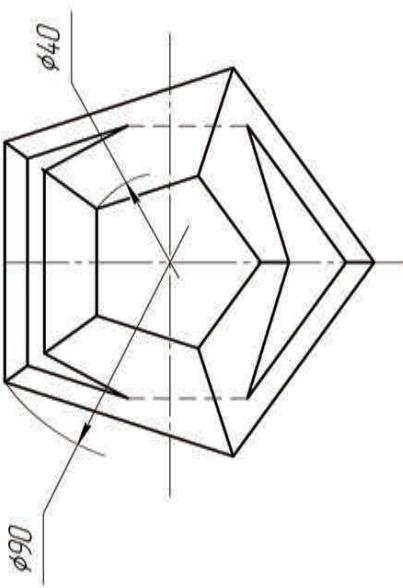
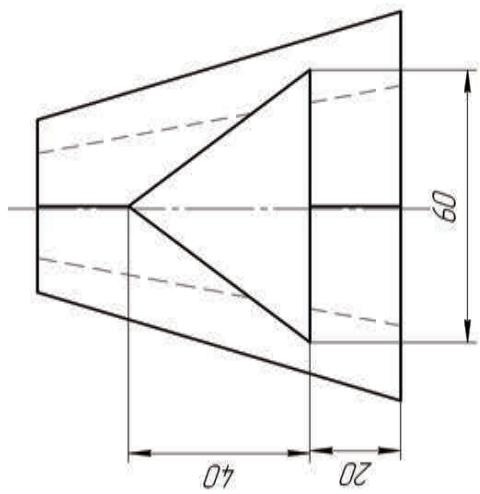




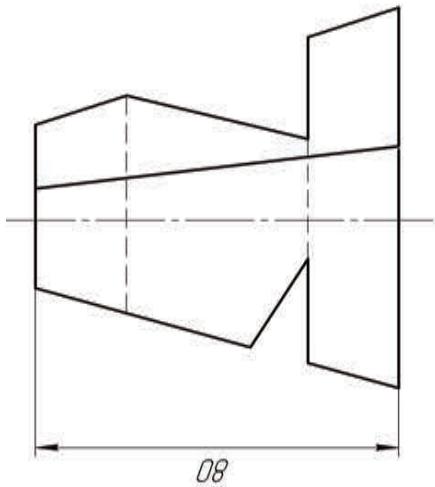


Приклад виконання завдання 4

7071250301004

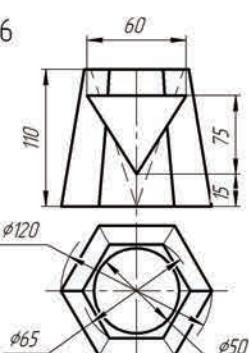
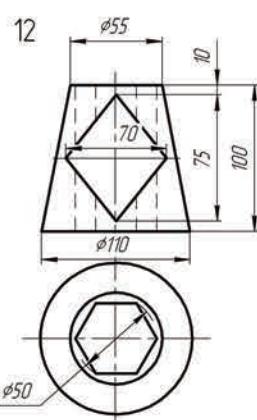
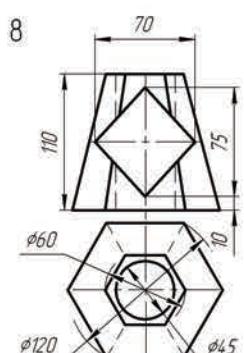
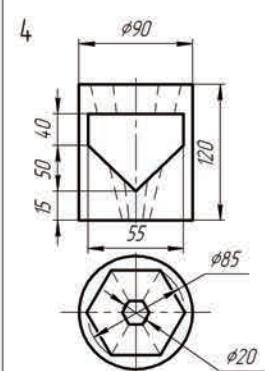
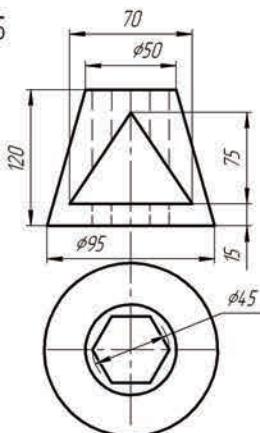
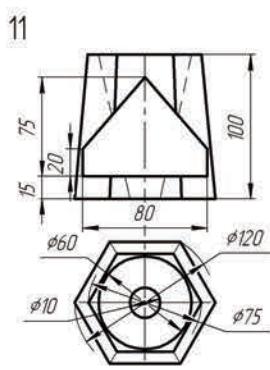
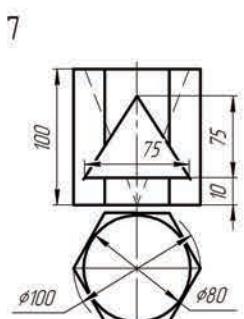
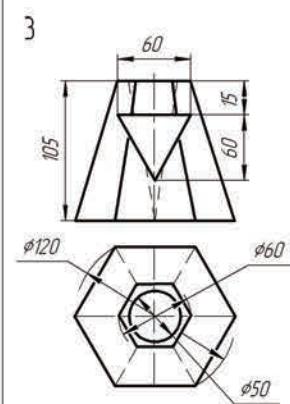
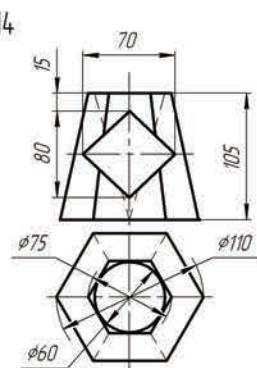
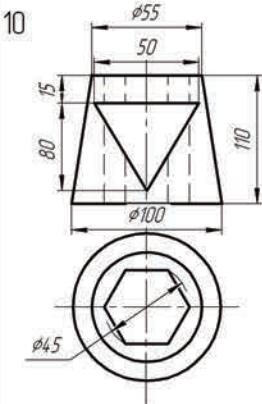
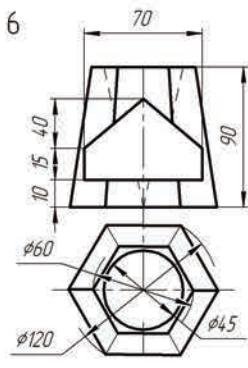
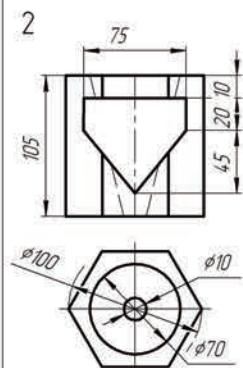
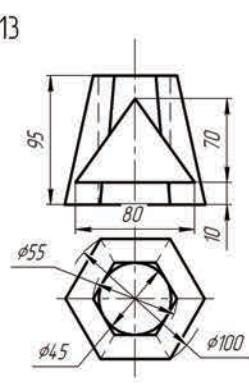
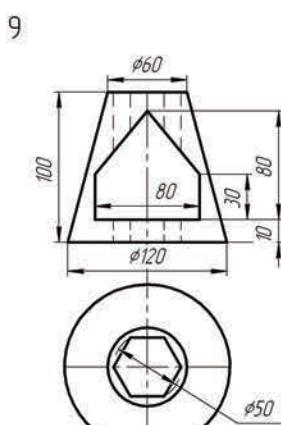
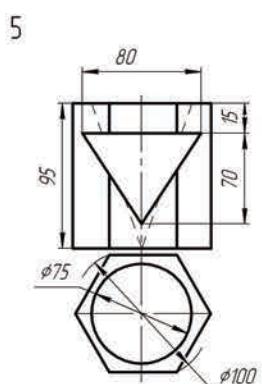
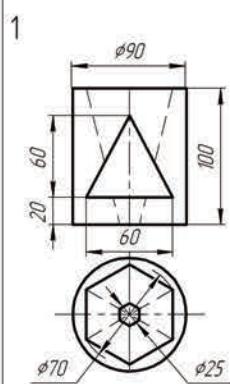


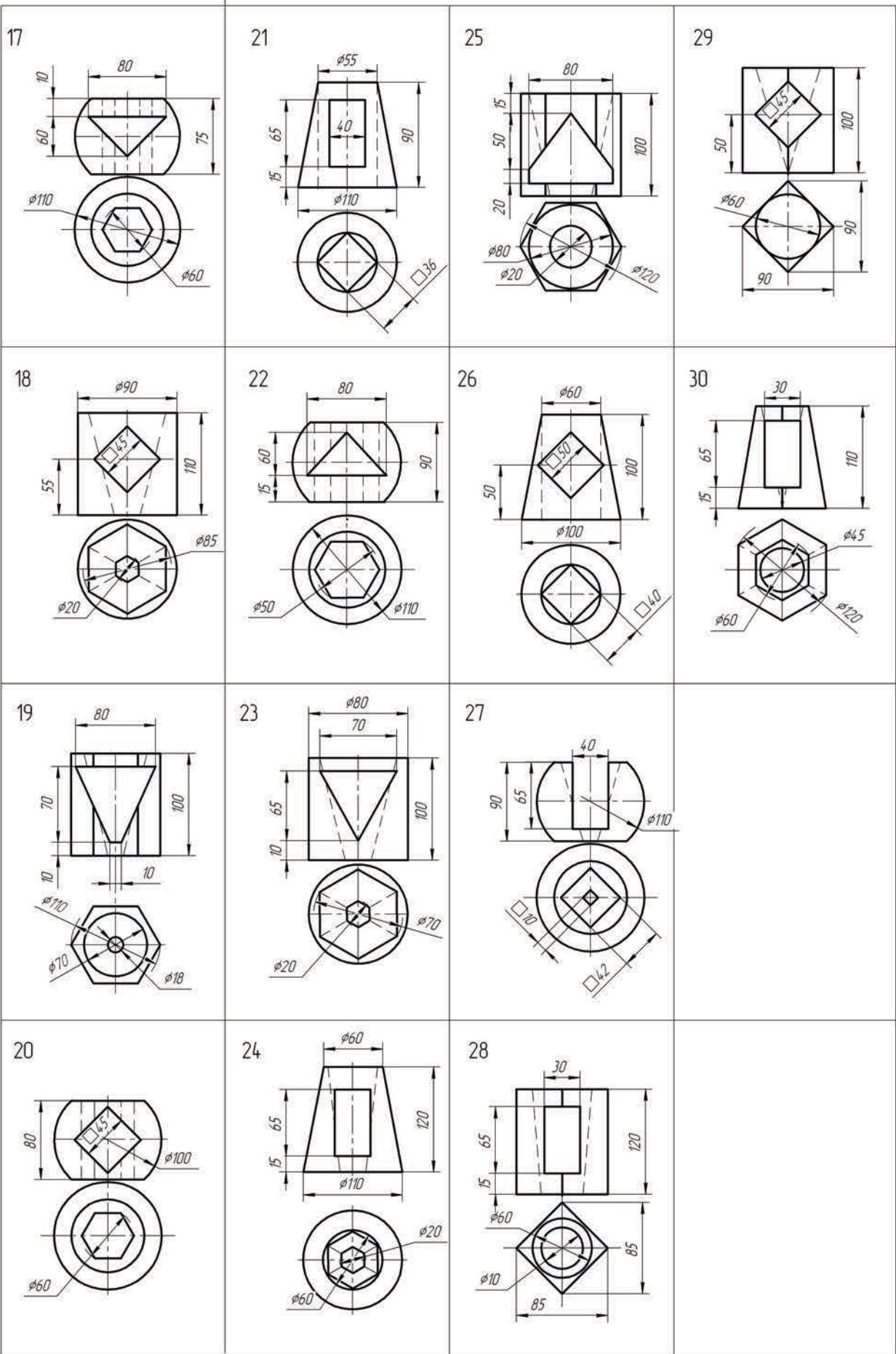
NAME	NUMBER	ADDRESS	TELEPHONE	EMAIL	WEBSITE
Hemudu Jayapathy	C9999 N 123	123 Main Street, Anytown, USA	(555) 123-4567	jayapathy.hemudu@gmail.com	http://www.jayapathy.com



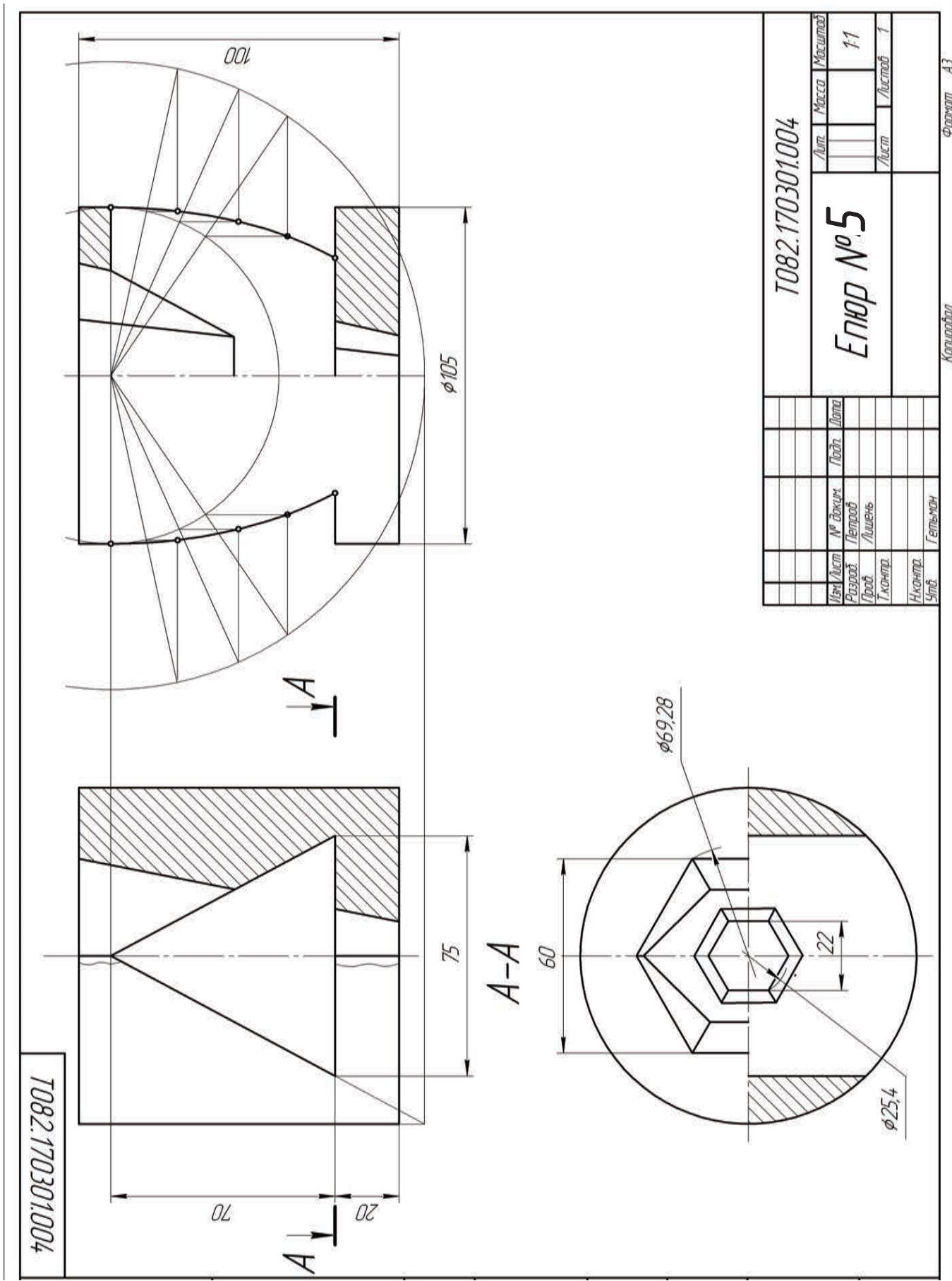
Завдання 5

Побудувати три проекції геометричного тіла. Виконати розрізи.





Приклад виконання завдання 5



ЛІТЕРАТУРА

1. Ванін В.В, Перевертун В.В, Надкернична Т.М. та ін. Інженерна та комп'ютерна графіка. К.: Вид.гр.ВНУ, 2009.
2. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна та комп'ютерна графіка. — К.: Каравела, 2003.
3. Бубунников А.В., Громов М.Я. Начертательная геометрия. — М.: Высш.шк., 1973.
4. Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии. — М.: Высш.шк., 1970.
5. Хаскін А.М. Креслення. — К.: Вища шк., 1976.

Навчальне видання

Ванін Володимир Володимирович
Білицька Надія Василівна.
Гетьман Олександра Георгіївна
Міхлевська Наталія Викторівна

**Нарисна геометрія та інженерна графіка.
Навчальні завдання для програмованого навчання.
Навчальний посібник для студентів
немеханічних спеціальностей.**

Відповідальний редактор: Голова Ольга Олексandrівна

Рецензенти: Анпілогова Віра Онисімівна
 Башта Олена Трифонівна