

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ
"ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ"
Частина II

Методичні вказівки з нарисної геометрії "Перетин поверхонь".
Ч.П. /Укл. К.В.Сарнацька, Н.С.Дьяченко, Г.Г.Допіра, О.О.Голова. -
К: НТУУ "КПІ", 2000.- 24 с.

Укладачі: Катерина Василівна Сарнацька
Неллі Сергіївна Дьяченко
Ганна Георгіївна Допіра
Ольга Олександрівна Голова

Відповідальний редактор В.В.Ванін

Рецензент В.В.Перевертун

Лабораторія офсетного друку НТУУ "КПІ"
03056, Київ-56, проспект Перемоги, 37.
Зам. № 187. Тираж 100. Ум. др. арк. 1,5.
Друк офсетний. Папір офсетний.

У другій частині методичних вказівок розглянуто випадки перетину поверхонь довідного вигляду розташування з використанням площин загального та окремого положення як посередників при побудові лінії перетину поверхонь.

1. ВИКОРИСТАННЯ ПЛОЩИН ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ ЯК ПОСЕРЕДНИКІВ

1.1. АНАЛІЗ УМОВИ ЗАДАЧІ І ВИБІР ПЛОЩИН-ПОСЕРЕДНИКІВ

Площини загального положення використовуються як посередники, якщо задані поверхні також загального положення: циліндри еліптичні похилі, конуси еліптичні похилі, похилі призми і піраміди. Площини загального положення проводять так, щоб вони перетинали кожен з поверхонь по прямолінійним твірним.

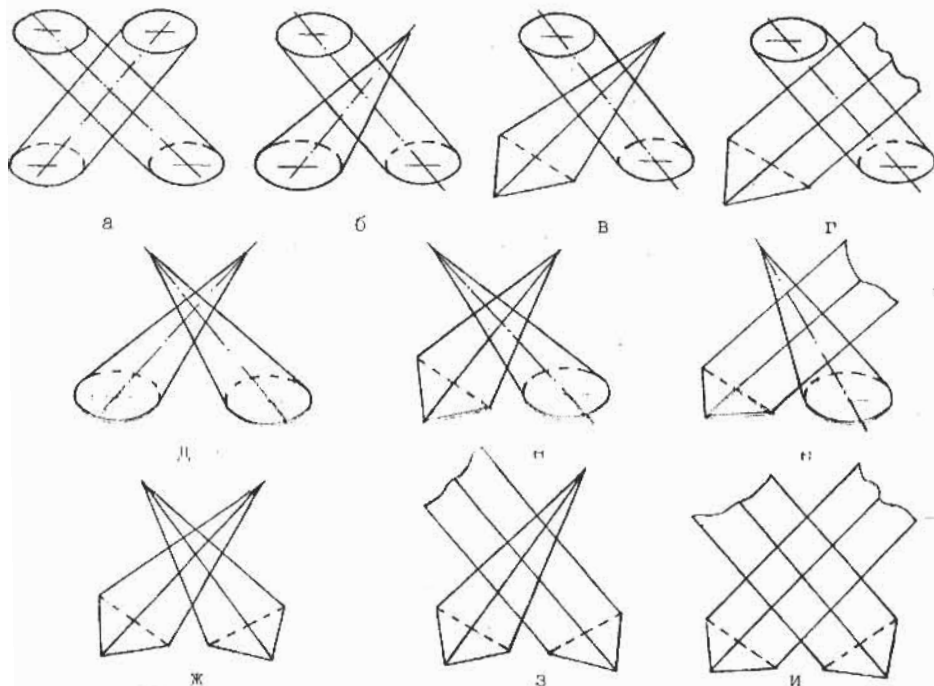


Рис. I

Такими площинами для циліндричної /призматичної/ поверхні будуть площини, проведені паралельно твірним, а для конічної і пірамідальної, — що проходять через вершини. Виходячи із викладеного, в разі вибору положення площин-посередників використовують три типи сполук

- 1/ два конуси, дві піраміди, конус з пірамідою (рис. I, д, ж, е);
- 2/ конус або піраміда з циліндром чи призмою (рис. I, б, в, е, є);
- 3/ два циліндри, дві призми, циліндр з призмою (рис. I, а, и, г).

Проілюструємо методику визначення положення площин-посередників і одержання точок лінії перетину /ЛП/ для кожного типу сполук поверхонь.

Тип I. Розглянемо план розв'язання задачі на прикладі визначення точок ЛП двох конусів, основи яких розміщені в площині Π_1 /рис. 2/*.

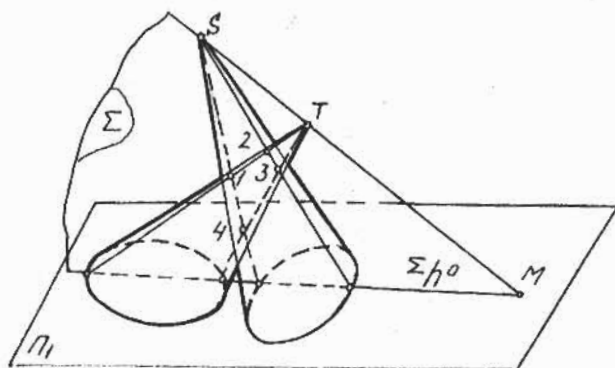


Рис. 2

1. З'єднуємо вершини конусів S і T . Через одержану пряму пройде пучок допоміжних площин, які перетинають конуси за твірними.

2. Знаходимо точку перетину M прямої ST з площиною основи конусів /у даному випадку горизонтальний слід прямої/.

* Площину Σ умовно вважати прозорою.

3. Через точку M проводимо лінії перетину площин-посередників з площиною основ конусів / у даному випадку горизонтальні сліди допоміжних площин/. Таким чином, визначником кожної площини-посередника буде вісь пучка ST і горизонтальний слід площини. На рис.17 показано січну площину $\Sigma(ST \cap \Sigma h^o)$.

4. Проводимо твірні, за якими Σ перетинає кожний із конусів. Перетин твірних, які належать різним поверхням, визначить точки 1, 2, 3, 4 лінії конусів.

Тип 2. Розглянемо план розв'язання задачі на прикладі перетину конуса і циліндра /рис. 3 / *.

1. З'єднуємо вершину конуса S з невідомою вершиною циліндра T^∞ , тобто проводимо через точку S пряму, паралельну твірним циліндра. Через одержану пряму пройде пучок площин-посередників, які перетинають конус і циліндр за твірними.

Пункти 2-4 виконують аналогічно відповідним пунктам типу 1.

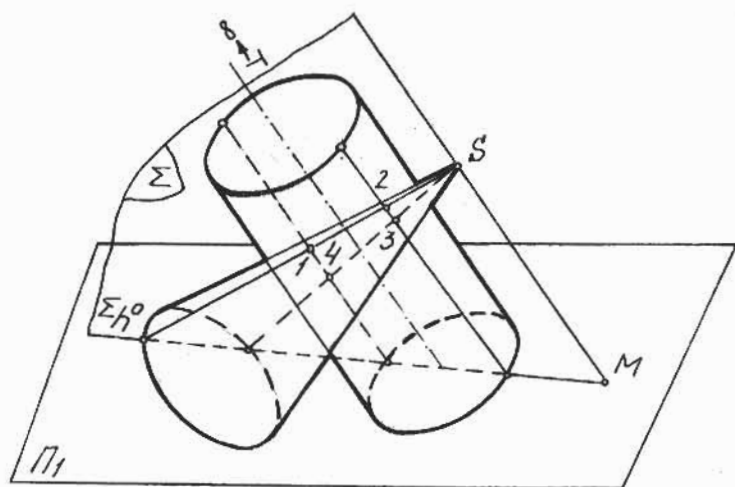


Рис. 3

* Площину Σ умовно вважати прозоркою.

Тип 3. Розглянемо план розв'язання задачі на прикладі перетину двох циліндрів / рис.4 / *.

1. З'єднуємо S^∞ і T^∞ одержуємо нескінченно віддалену пряму, через яку пройде пучок паралельних площин-посередників, що перетинають обидва циліндри за твірними.

Будуємо площину паралелізму пучка - θ . Для цього через довільну точку A проводимо прямі a і b відповідно паралельно твірним циліндрів.

2. Визначаємо горизонтальні сліди M і N прямих a і b , через які пройде горизонтальний слід h^θ площини паралелізму θ .

3. Горизонтальні сліди площин-посередників будуть паралельні сліду h^θ . На рис.19 : наведена січна площина Σ , горизонтальний слід якої Σh^θ паралельний сліду h^θ площини θ .

4. Проводимо твірні, за якими площина Σ перетинає кожний із циліндрів. Точки 1, 2, 3, 4 перетину одержаних твірних належать Π .

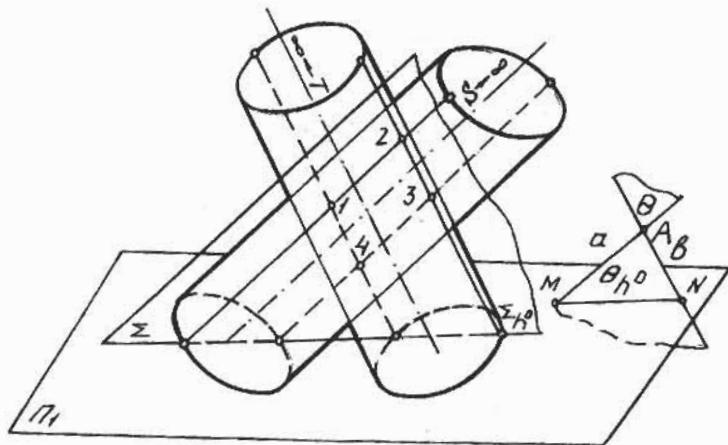


Рис.4

* Площину Σ умовно вважати прозорою.

І.2. ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРУ ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ

Характер ЛП визначається за допомогою граничних площин-посередників. Граничною назовемо площину, дотичну до однієї з поверхонь і яка перетинає другу, чи дотичну до обох поверхонь одночасно.

Граничні площини є кінцеве положення площин-посередників. Вони утворюють двогранний кут / з власним або невласним ребром/, всередині якого проводять решту допоміжних площин /рис.5 /.

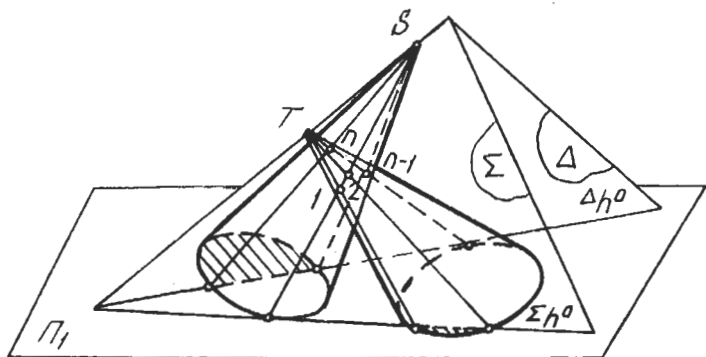


Рис.5

Маючи кінцеве положення площин-посередників, граничні площини дозволяють визначити частини поверхонь, які не беруть участі в перетині. Сліди граничних площин виділяють на основі поверхонь тіл зони перетину, які на кресленні прийнято заштриховувати. За положенням і числом зон неперетину визначають характер ЛП.

Розглянемо схематично можливі положення слідів граничних площин відносно основ тіл, які перетинаються.

На рис.6 -II зображені можливі випадки перетину двох кривих поверхонь.

І. Зона неперетину /ЗН/ розміщена на різних основах /рис.6 /.

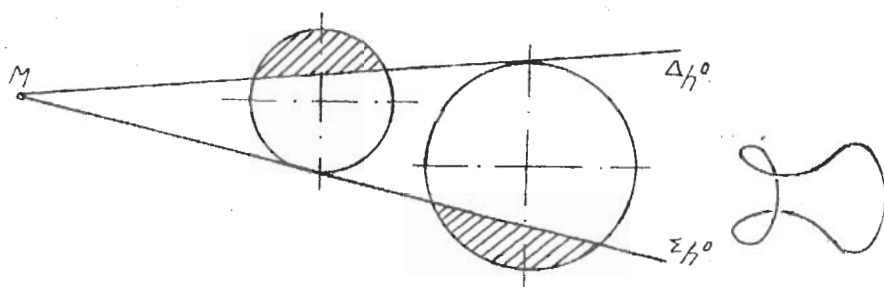


Рис.6

В цьому випадку обидві поверхні не повністю беруть участь у перетині / одна поверхня врізається в іншу/. ЛП є одна замкнена просторова крива четвертого порядку. В разі аналогічного розміщення слідів граничних площин відносно основ многогранників, які перетинаються, ЛП буде замкнена просторова ламана лінія, ланцюгами якої є відрізки прямих. В разі перетину граней поверхні з конічною або з циліндричною ЛП буде замкнена просторова ламана лінія, частинами якої будуть дуги кривих другого порядку.

2. Зони перетину розміщені на основі одного й того самого тіла /рис.7/.

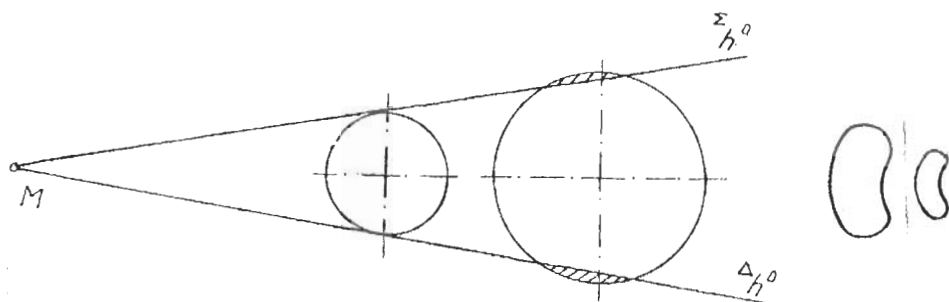


Рис.7

В цьому випадку поверхня одного тіла проникає в поверхню іншого. Лінією перетину є просторова крива четвертого порядку, що складається з двох замкнених ліній, які умовно називають "лінією входу" і "лінією виходу".

3. Є лише одна зона неперетину. Слід однієї з граничних площин дотикається основ обох поверхонь /рис.8 /.

III можна розглянути або як просторову криву четвертого порядку, що складається з двох замкнених ліній, які мають одну спільну точку, або як одну замкнену просторову криву четвертого порядку, що має подвійну точку.

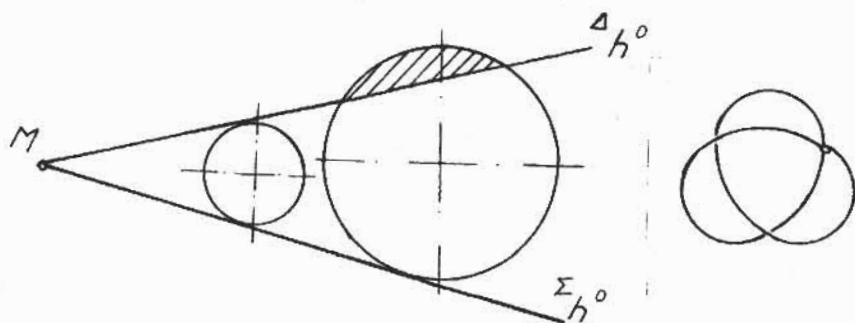


Рис.8

4. Зони неперетину відсутні. Слід кожної граничної площини дотикається до основ обох поверхонь /рис.9 /.

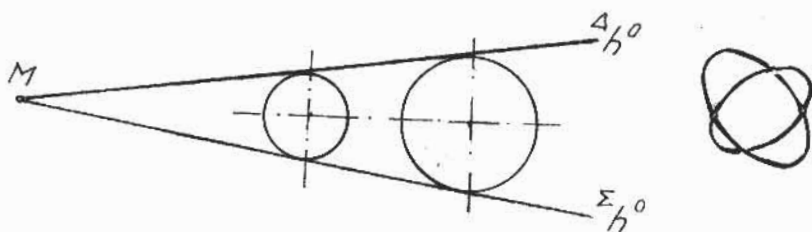


Рис.9

В цьому випадку крива четвертого порядку розпадається на дві плоскі криві другого порядку з двома спільними точками / теорема подвійного дотику/.

5. Зони неперетину відсутні. Можна навести тільки одну граничну площину, слід якої дотикається до обох основ. ЛП вироджується в точку дотику двох поверхонь /рис.10/.

6. Зони неперетину відсутні. Не можна провести жодної граничної площини /рис.11/. Поверхні не перетинаються.

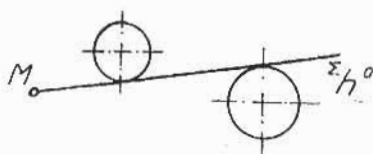


Рис.10

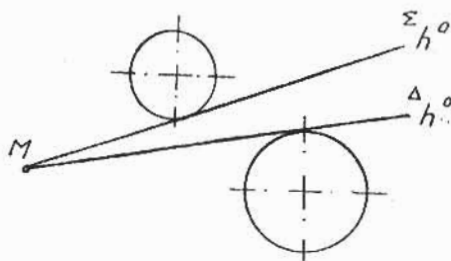


Рис.11

1.3. ПОБУДОВА ТОЧОК, ЯКІ НАЛЕЖАТЬ ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ

Побудова точок ЛП треба починати з визначення характерних точок.

Характерними точками ЛП кривих поверхонь є точки, які належать обрисовим твірним горизонтальних і фронтальних проєкцій поверхонь, а також точки на твірних, за якими граничні площини дотикаються до поверхонь. Для одержання вказаних точок у загальному випадку треба провести такі площини-посередники:

1. Дві граничні площини.

2. Чотири площини, які відповідно проходять через обрисові твірні горизонтальних проекцій поверхонь. Точки, які належать цим твірним, необхідні в разі визначення видимості частин горизонтальної проекції ЛП.

3. Чотири площини, які відповідно проходять через обрисові твірні фронтальних проекцій поверхонь. Точки, які належать цим твірним, необхідні в разі визначення видимості частин фронтальної проекції ЛП.

Таким чином, максимальна кількість площин, які виділяють характерні точки ЛП, буде 10. В процесі розв'язування конкретних задач частина обрисових твірних поверхонь може знаходитись зовні зони неперетину. В такому випадку число вказаних площин-посередників відповідно зменшиться.

З рештою, вказані площини визначають достатню кількість точок ЛП, оскільки кожна з них / за винятком граничних/ дозволяє побудувати, крім двох характерних точок, ще дві допоміжні. В цьому випадку, якщо на окремих ділянках ЛП одержимо недостатню кількість точок, треба ще провести необхідне число площин-посередників.

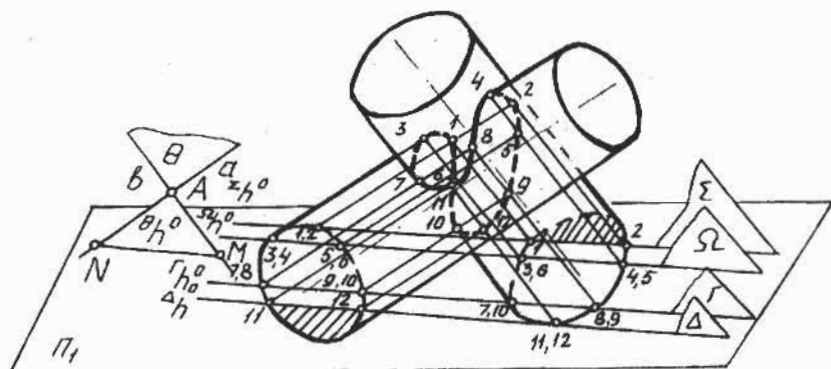
1.4. ВИЗНАЧЕННЯ ПОСЛІДОВНОСТІ З'ЄДНАННЯ ТОЧОК ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ

Послідовність з'єднання точок ЛП рекомендується визначати способом "цифрових позначень", що запропонований у 1947 р. доцентом КПІ А.М.Хаскіним. Суть способу полягає в тому, що точки ЛП у момент їх одержання проєктуються на основи заданих тіл за тими самими твірними, за допомогою яких вони були побудовані. Одержані проєкції точок позначають тими самими цифрами, що й точки, які належать ЛП.

Оскільки точку, яка належить Π_1 , позначають цифрою I, то цією самою цифрою позначають її допоміжні проєкції на кожній з основ /рис.12/. Позначивши на основах заданих тіл відповідними цифрами допоміжні проєкції всіх точок, встановлюємо послідовність їх з'єднання шляхом обходу допоміжних проєкцій за основами обох тіл. Обхід починаємо з будь-якої точки і рухаємось проти або за годинниковою стрілкою одночасно за двома основами, записуємо проєкції точок, що мають однакове позначення. Якщо при обході доходять до ЗН однієї з основ, то подальший обхід за даною основою продовжують у зворотньому напрямі. Останньою точкою обходу повинна бути перша точка. В результаті одержуємо цифровий ряд точок, який визначає послідовність їх з'єднання.

Пояснимо викладене на прикладі.

На рис.12 показано на наочному зображенні побудову Π_1 двох циліндрів, основи яких знаходяться в площині Π_1 .



I-3-7-II-8-4-2-5-9-12-10-6-I

Рис.12

Порядок побудови такий:

I. Визначаємо положення площин-посередників. Згідно з викладеним у підрозділі I.1. /тип 3/ допоміжні площини утворюють пучок площин з невідомою віссю. Будуємо площину паралелізму пучка

$\theta(a||b)$, де a і b - прямі, відповідно паралельні твірним циліндрів.

2. Визначаємо характер ЛШ. Для цього проводимо горизонтальні сліди граничних площин Σ і Δ паралельно горизонтальному сліду θ/h° площини θ . Як видно з рис.27, зони перетину розміщуються на різних основах, а отже, поверхні перетинаються за однією замкнутою просторовою кривою четвертого порядку /див.рис.6, підрозд.І.2/.

3. Будуємо характерні точки ЛШ, одночасно позначаючи на основах циліндрів їх допоміжні проекції. Такими точками будуть точки, що належать обрисовим твірним поверхням, і які знаходяться в зоні перетину /тобто між площинами Σ і Δ /, а також точки на твірних, за якими граничні площини дотикаються до поверхонь / див. рис.12/. Побудову починаємо з точок, що належать одній з граничних площин, наприклад площині Σ . Гранична площина Σ дотикається до лівого циліндра і розтинає правий. Перетин твірних, які належать площині Σ , визначить дві точки ЛШ, позначені на рисунку цифрами 1 і 2. Спроектуємо одержані точки на основи циліндрів. На основі лівого циліндра дві проекції збігаються і точка одержує позначення 1, 2. На основі правого циліндра точки 1 і 2 проєктуються окремо. Потім проводимо допоміжну площину Ω через ліву обрисову твірну лівого циліндра /горизонтальний слід площини θ/h° проходить через горизонтальний слід твірної/. Площина Ω розтинає кожний із циліндрів за двома твірними, в перетині яких одержуємо точки 3, 4, 5, 6, що належать лінії перетину. Проекції цих точок на основи циліндрів збігаються в пари і відповідно позначені 3,4; 5,6; 3,6; 4,5. Аналогічно побудовані точки та їх допоміжні проекції, одержані в результаті перетину циліндрів площиною Ω /проведеною через ліву обрисову твірну правого циліндра/ і граничною площиною Δ .

4. Встановлюємо послідовність з'єднання точок способом одно-

часного обходу їх допоміжних проєкцій за основами циліндрів. Обхід основ починаємо з будь-якої спільної точки, наприклад з точки I. Напрямок обходу вибираємо проти годинникової стрілки. Записавши цифру 1, визначаємо на основах циліндрів ближчу спільну точку. На основі лівого циліндра ближчими до точки I будуть 3 і 4, на основі правого – 3 і 6. Таким чином, спільною буде точка 3. Записуємо на рис.12 цифру 3 разом з цифрою 1. Продовжуючи аналогічно обхід на основі, визначаємо наступну спільну точку 7, а потім II. При подальшому обході основи лівого циліндра зустрічаємо заштриховану частину – зону неперетину – і тому від точки II обхід основи треба вести в зворотньому напрямі, тобто за годинниковою стрілкою. Обхід основи правого циліндра продовжуємо проти годинникової стрілки. Наступною спільною точкою встановлюємо точку 8. Обхід продовжуємо до початкової точки I, якою закінчується цифровий ряд, який визначає послідовність з'єднання точок ЛП у просторі (рис.13).

1.5. ВИЗНАЧЕННЯ ВИДИМОСТІ ЧАСТИН ЛП НА ПРОЄКЦІЯХ

Якщо частина ЛП кривих поверхонь належить видимим на даній проєкції елементам поверхонь, то вона також буде видимою на цій проєкції /елементом названо відсік поверхні, що знаходиться між сусідніми твірними/. Якщо обидва елементи або один з них невидимий, то і частина ЛП буде також невидима. Точки, в яких змінюється видимість ЛП, належать відповідним обрисовим твірним поверхонь.

Обрисова твірна / або ребро /, на якій знаходиться точка зміни видимості ЛП, буде також поділятися цією точкою на видиму і невидиму частини. Видимість частин обрисів визначають способом конкуруючих точок.

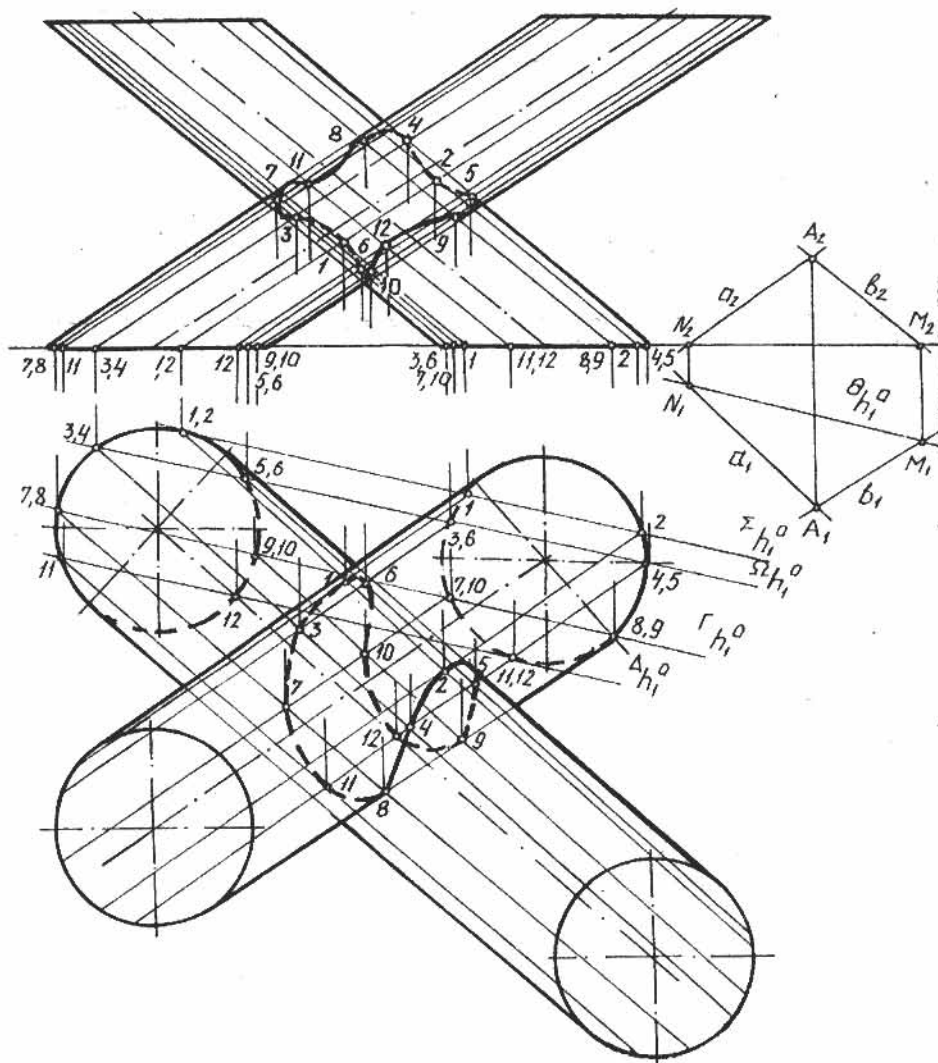


Рис. 13

П.ПЕРЕТИН МНОГОГРАННИКІВ

Лінією перетину поверхонь двох многогранників є замкнена просторова ламана лінія. Ця лінія може розпадатися на дві або більше теж замкнених ламаних, в окремих випадках – на многокутники, які належать одній площині.

Сторонами ламаної є відрізки прямих, за якими перетинаються грані обох многогранників. Вершинами ламаної є точки перетину ребер першого многогранника з гранями другого, а також ребер другого многогранника з гранями першого /в окремих випадках вершина ламаної може бути точкою перетину їх ребер/.

Існує два засоби побудови лінії взаємного перетину двох многогранників:

- 1) побудова вершин ламаної (засіб ребер);
- 2) побудова сторін ламаної (засіб граней).

За першим засобом побудова зводиться до вирішення завдання знаходження точки перетину прямої з площиною, за другим – до побудови прямої – перетину двох площин.

На практиці застосовується, головним чином, перший засіб.

Проекції ЛП розташовуються тільки в межах площі наложення одноіменних проекцій двох многогранників.

Таким чином, якщо хоч на одній з проекцій проекція якогось ребра одного із многогранників не перетинає загальної площі проекцій, то це ребро не перетинається з другим многогранником.

Відповідь на запитання, чи перетинається якесь ребро одного з многогранників із поверхнею другого, може бути отримана, в загальних випадках, після виконання відповідних графічних операцій, тому через ребро слід провести допоміжну січну площину, побудувати проекцію фігури перерізу многогранника цією площиною, і якщо це ребро перетинає сторону фігури пере-

різу, то воно перетинає поверхню многогранника; якщо ні - то це ребро не перетинається з поверхню многогранника.

Порядок побудови ЛП двох многогранників:

I. Встановлюємо ~~видає~~ перетину поверхонь многогранників /врубка чи проникнення/.

Якщо має місце частковий перетин поверхонь, то це врубка /рис.14/ і ЛП поверхонь є одна замкнена просторова лінія. Якщо один з многогранників повністю перетинає поверхню другого многогранника, то це - проникнення, і лінія їх перетину є дві замкнені просторові ламані / рис.15/.

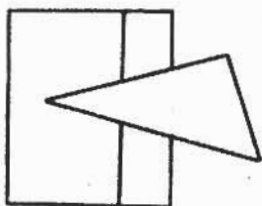


Рис.14

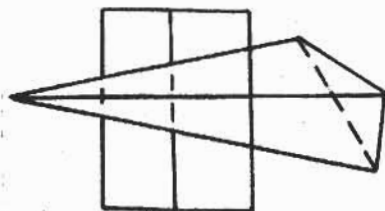


Рис.15

2. визначаємо зону перетину.
3. Будуємо точки, які належать ЛП поверхонь.
4. визначаємо видимість ЛП.

ПРИКЛАД I.

Перетинаються призма і піраміда, одна з поверхонь проєктуюча /рис.16/.

I. Характер перетину поверхонь - врубка.

Має місце не повний перетин поверхонь. Частина призми не бере участі у перетині / заштрихована зона/. Також не бере участі у перетині частина піраміди / ребро SB , а також частина піраміди до точок 7 і 8 /. ЛП є одна замкнена просторова ламана лінія.

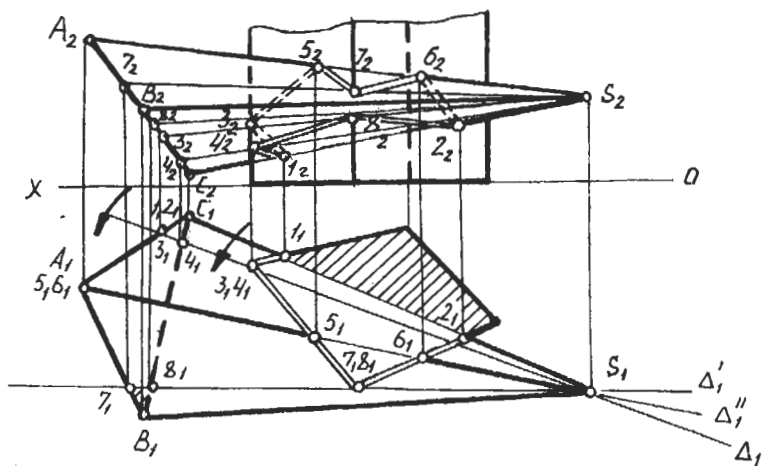


Рис.16

Порядок з'єднання точок та їх видимість:

$$1 - 3 - 5 - 7 - 6 - 2 - 8 - 4 - 1$$

2. Визначення зони перетину.

Зона перетину поверхонь розташовується між проектуючими площинами Δ_1 та Δ'_1 , які проходять через переднє ребро призми та точку C піраміди.

Таким чином, якщо має місце врубка, зони, які не беруть участі у перетині поверхонь, розташовуються на основах обох поверхонь.

При проникненні зони, які не беруть участі у перетині, розташовані на основі однієї поверхні.

3. Побудова ЛП поверхонь.

Вершини ЛП поверхонь визначаються як точки перетину ребер піраміди з гранями призми.

Ребро SC перетинає грані призми в точках 1 і 2, їх фронтальні проекції I_2 , 2_2 знаходяться на фронтальній проекції ребра S_2C_2 . Таким чином, знаходяться точки 5, 6 перетину ребра SA з гранями призми.

Щоб побудувати точки 3, 4, 7, 8 перетину крайнього лівого та переднього ребра призми з гранями піраміди, через їх горизонтальні проєкції 3_I , 4_I та 7_I , 8_I проводяться допоміжні січні проєктуючі площини Δ_1' та Δ_1'' , які перетинають грані піраміди по прямих $S3, S4, S7, S8$. Перетин цих прямих з ребрами призми визначає положення вершин ЛП поверхонь.

Визначення порядку сполучення точок

Точки, які належать ЛП поверхонь, проєктуюмо вздовж ребер на основи обох поверхонь. Після чого вибираємо якусь точку, наприклад, I, і здійснюємо одночасний обхід основ обох поверхонь у зоні перетину. Основи тіл обходимо в напрямках, вказаних на рис.16 стрілками. Рухаючись в ~~оберненому~~ напрямку, на основі піраміди зустрічаємо точку 3, а на основі призми точки 3; 4. Спільною є точка 3, з якою має сполучатись точка I і т.д. Дійшовши до зони ~~перетину~~ на одній з основ / на піраміді в т.7/, змінюємо напрямок обходу по цій основі на зворотний, продовжуючи обхід другої основи в попередньому напрямку. Обхід буде завершено, коли прийдемо до точки I, з якої вийшли, тобто, коли ряд точок замкнеться.

4. Визначення видимості точок ламаної.

Знаходження точок ЛП визначається для кожної проєкції окремо.

В зв'язку з тим, що поверхня призми проєктуюча, горизонтальна проєкція ЛП поверхонь ~~збігається~~ з горизонтальною проєкцією призми і розташована між точками $I_I, 3_I, 4_I, 5_I, 7_I, 8_I, 6_I, 2_I$, її умовимось вважати видимою. А взагалі, видимою на проєкції точка буде тоді, коли вона визначена взаємним перетином двох видимих на цій проєкції прямих. Точка буде невидимою, якщо принаймі

одна з прямих буде невидимою. Видиму точку позначасмо знаком $/ + /$, невидиму $/ - /$.

Якщо видимі точки $/6_2 2_2/$ визначають частину лінії перетину, розташовану у невидимій на будь-якій проекції грані, то ця частина лінії перетину буде невидимою.

Порядок сполучення точок та їх видимість на Π_2 позначені на рис.І7.

Якщо перетинаються многогранники загального вигляду, ЛП будується за допомогою посередників – площин загального положення.

ПРИКЛАД II

Побудувати лінію перетину многогранників, якщо обидві поверхні загального вигляду /Рис.І7/.

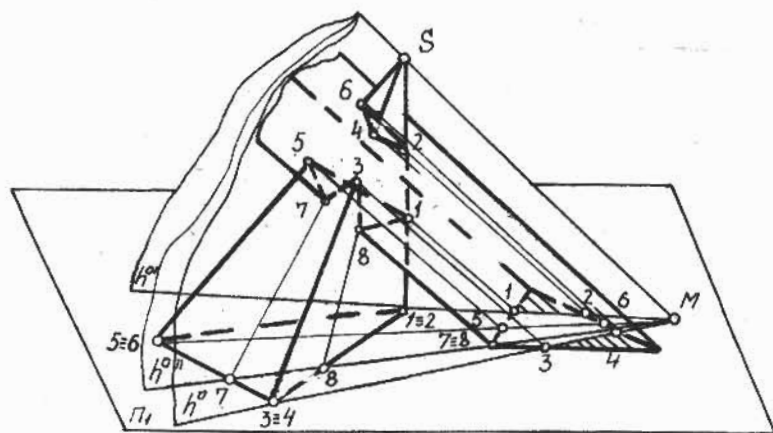


Рис.І7

Визначення положення площин-посередників

1. Проводимо їх через пряму $S M$, що проходить через вершину піраміди паралельно ребрам призми.
2. Знаходимо точку M перетину прямої $S M$ з площиною основ заданих поверхонь.
3. Визначаємо зону перетину поверхонь.

Через т.М будуть проходити ЛП посередників з площиною основ тіл, які в данному разі є їх горизонтальними слідами. Зона пе-

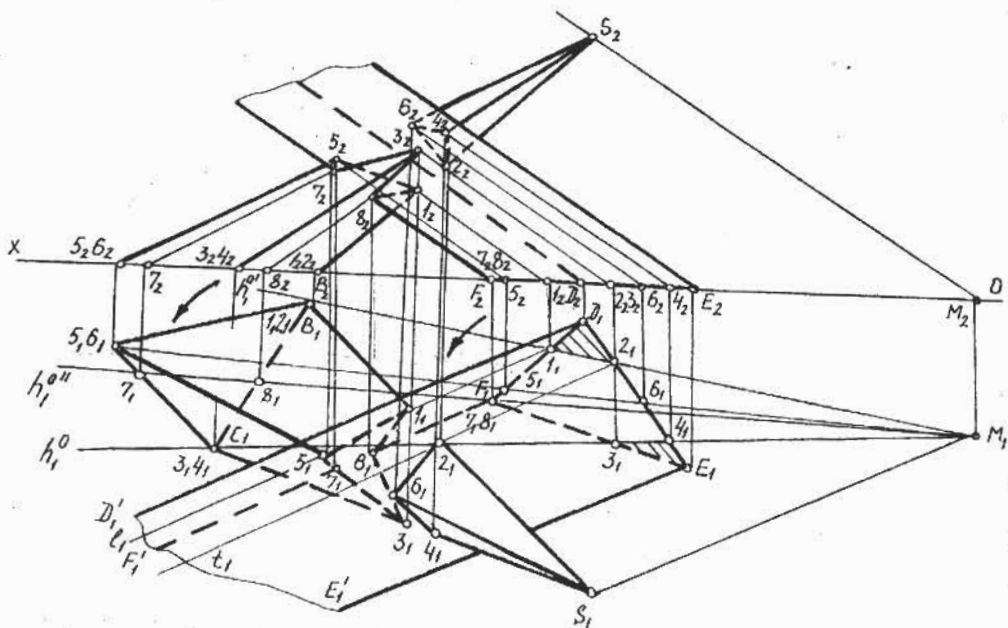


Рис.18.

ретину знаходиться між слідами h_1^o і $h_1^{o'}$ січних площин, які проходять через вершини основи піраміди В і С. Частини основи призми, які не входять в зону перетину, заштриховані. Ці зони неперетину розташовані на одній основі, тобто має місце проникнення. ЛП поверхонь є дві просторові замкнені ламані (рис.18).

Побудова точок ЛП.

Перша площина-посередник, яка задається прямими $SM \cap h^o$ дотична до піраміди по ребру SB , а призму перерізає по прямим ℓ і t , які проходять через точки 1 і 2 основи призми паралельно ребрам призми. Перетин ребра SB з прямими ℓ і t визначає точки 1 і 2 шуканої ЛП.

Аналогічно знайдемо точки 3, 4, 5, 6. Отримані точки проєкуємо вздовж цих прямих на основи обох поверхонь. Так само

робимо з рештою точок, які будемо за допомогою площини-посередника, яка проходить через ребро призми EE .

Послідовність сполучення точок.

Послідовність сполучення точок, як і в першому випадку, визначаємо методом обходу основ заданих тіл.

Обхід основ поверхонь починаємо з точки I в напрямку проти годинникової стрілки. Рухаючись в оберненому напрямку, на основі піраміди зустрічаємо точку $5_I, 6_I$, а на основі призми - точку 5_I . Спільною є точка 5 , з якою сполучаємо точку I . Потім:

на піраміді	на призмі	спільна точка
7	7=8	7
3=4	3	3
8	7=8	8 /напрямок об- ходу на ос- нові призми - зворотний/
I=2	I	I

Таким чином, порядок сполучення точок такий:

$I - \bar{5} - \bar{7} - \bar{3} - \bar{8} - \bar{I}$. Видимість точок в Π_I позначена над цифрами, в Π_2 - під цифрами. Це перша лінія перетину поверхонь. Для побудови другої ЛП поверхонь обхід основ поверхонь починаємо з точки 2 за годинниковою стрілкою. Точки:

на призмі	на піраміді	спільні точки
2	I=2	2
3=4	4	4
5=6	6	6
I=2	2	2

Порядок сполучення та видимість точок:

в Π_I + + + +

2- 4- 6- 2

в Π_2 - - - -

Незалежно від того, що точки 2_I та 4_I є видимі в Π_I , відрізок $2_I 4_I$ є невидимим в зв'язку з тим, що розташований в грані CSB , яка в Π_I є невидимою.

Площини загального положення як посередники використовуються також у тих випадках, коли перетинаються дві похилі призми, або дві похилі піраміди /рис.19/.

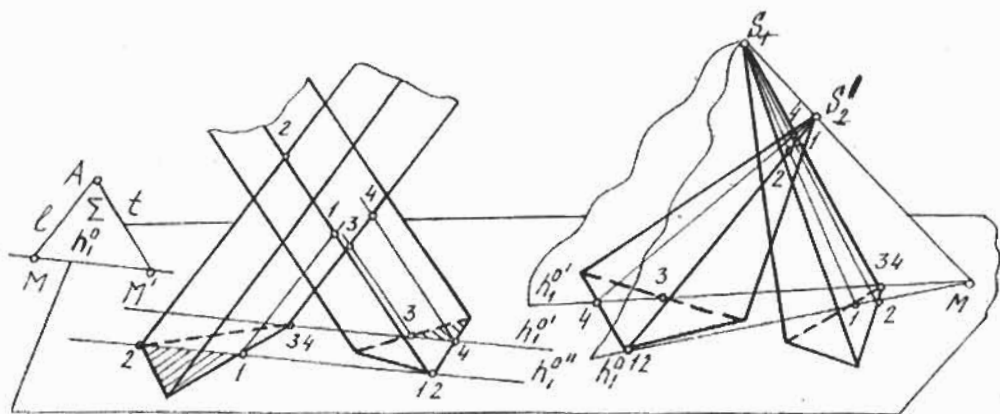


Рис.19

У першому випадку обидві поверхні перетинаються площинами-посередниками загального положення, які паралельні площині $\Sigma(\ell nt)$. Пряма ℓ паралельна ребрам правої призми. Сліди цих площин $h_1^{o'}$ та $h_1^{o''}$ паралельні сліду площини Σ .

В разі перетину двох пірамід всі площини-посередники загального положення проходять через пряму $S_1 S_2'$, яка сполучає вершини обох пірамід.